ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1. Исследование переходных процессов в длинных линиях

Цель работы: Изучение искажений формы сигнала при его передаче по длинной линии.

1. Методические указания

Однородные и неоднородные линии

Теория длинных линий излагается в учебных дисциплинах электротехнического направления. Здесь мы рассмотрим только те выводы и рекомендации этой теории, которые представляют инте-

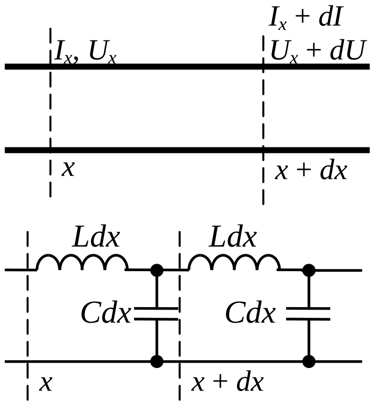


Рис. 1.
Элемент линии передачи
и его эквивалентная схема

рес для практики расчета и проектирования устройств мощной импульсной техники.

Данная теория строится [1] на признании того обстоятельства, что линия обладает собственными распределенными индуктивностью и емкостью, которые влияют на процесс передачи сигнала (см. рис. 1). Первичными параметрами линии передачи признаются ее погонные индуктивность L [Гн/м] и емкость C [Ф/м].

Анализ эквивалентной электрической схемы рис. 1 приводит к системе дифференциальных уравнений следующего вида

$$\begin{cases} \dfrac{dU(p)}{dx} = -pLI_x(p); \\ \dfrac{dI(p)}{dx} = -pCU_x(p). \end{cases}$$

Здесь индекс «*x*» означает, что данная физическая величина относится к сечению x линии. Приведенная система путем несложных преобразований приводится к системе телеграфных уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{d^2U(p)}{dx^2} = p^2LCU_x(p); \\ \dfrac{d^2I(p)}{dx^2} = p^2LCI_x(p). \end{cases} \qquad (1)$$

Решением данной системы является сумма волн, бегущих по линии в противоположных направлениях (так называемых падающей и отраженной волн). В операторном виде для напряжений такое решение имеет вид

$$U_x(p) = \vec{U}_x + \overleftarrow{U}_x = \vec{U}_0 e^{-p\sqrt{LC}x} + \overleftarrow{U}_0 e^{p\sqrt{LC}x}. \qquad (2)$$

Решение для токов аналогичное:

$$I_x(p) = \vec{I}_x - \overleftarrow{I}_x. \qquad (3)$$

Введем понятие погонного (в расчете на 1 метр длины) времени задержки распространения сигнала $T = \sqrt{LC}$. Переходя от операторных изображений к реальным функциям времени, мы получаем решение для напряжений в виде

$$U_x = \vec{U}_0(t - Tx) + \overleftarrow{U}_0(t + Tx).$$

В последнем выражении масштаб и конкретный вид функций $\vec{U}_0$ и $\overleftarrow{U}_0$ определяются условиями на концах линии. Важно подчеркнуть, что поскольку для токов и напряжений уравнения (1) и их решения имеют одинаковый вид, то в любом сечении линии и для любых сигналов отношение амплитуд падающих волн напряжения и тока и амплитуд отраженных волн определяются только свойствами самой линии передачи:

$$\frac{\vec{U}_0}{\vec{I}_0} = -\frac{\overleftarrow{U}_0}{\overleftarrow{I}_0} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho. \qquad (4)$$

Если погонные параметры L и C, а с ними и волновое сопротивление линии ρ не зависят от координаты, то такая линия называется однородной. Если же линия неоднородная, то отношения $\dfrac{\vec{U}_0}{\vec{I}_0}$ и $\dfrac{\overleftarrow{U}_0}{\overleftarrow{I}_0}$ будут зависеть от координаты x. Физически это означает, что на неоднородностях среды, где происходит распространение электромагнитной волны, т.е. в линии передачи, происходит отражение и (или) преломление волны.

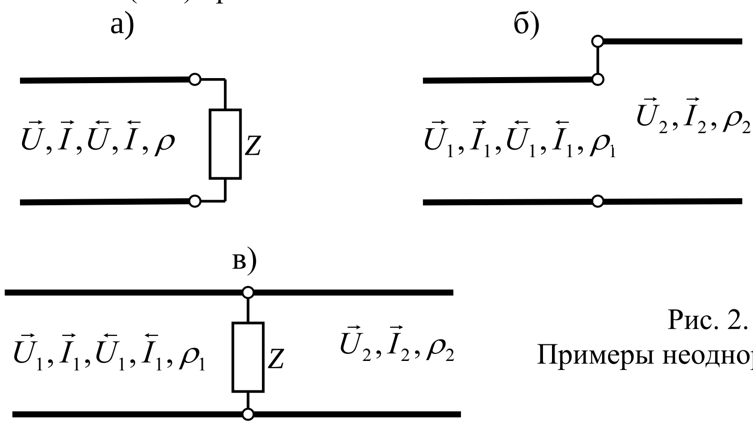


Рис. 2.
Примеры неоднородностей

Рассмотрим три простых, но интересных для практики случая неоднородностей.

<u>Подключение нагрузки</u> (рис. 2,а).
Коэффициент отражения K_U по определению равен

$$K_U = \frac{\overleftarrow{U}}{\vec{U}} = \frac{Z - \rho}{Z + \rho}\,. \tag{5}$$

Здесь интересны следующие частные случаи:

- короткое замыкание $Z = 0$, $K_U = -1$;
- холостой ход $Z \to \infty$, $K_U = 1$;
- согласование $Z = \rho$, $K_U = 0$;

<u>Соединение двух линий</u> (рис. 2,б).

Нагрузкой первой линии является входное сопротивление второй. Последнее равно ρ_2, если вторая линия на своем конце согласована ($Z_н$ = ρ_2). Таким образом, в первой линии возникает отраженная волна, а коэффициент отражения

$$K_U = \frac{\overleftarrow{U}_1}{\vec{U}_1} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}\ . \qquad (6)$$

Волна $\vec{U}_2, \vec{I}_2$ может рассматриваться, как преломленная из линии 1 в линию 2. Очевидно, в сечении соединения линий полные напряжения должны быть равны: $\vec{U}_1 + \overleftarrow{U}_1 = \vec{U}_2$. Отсюда коэффициент преломления равен

$$K_П = \frac{\vec{U}_2}{\vec{U}_1} = \frac{\vec{U}_1 + K_U \cdot \vec{U}_1}{\vec{U}_1} = 1 + K_U\ . \qquad (7)$$

Как видим, при $\rho_2 > \rho_1$, когда в соответствии с (6) $K_U > 0$, коэффициент преломления $K_П > 1$. Получается, что падающая волна $\vec{U}_1$, частично отразившись, оставшейся частью перешла в линию 2 в виде преломленной волны $\vec{U}_2$, причем «остаток» оказался больше «целого»! На самом деле, нарушения закона сохранения здесь нет, т.к. амплитуда волны тока $\vec{I}_2$, а вместе с ней и мощность волны, распространяющейся в линии 2, меньше чем в первой линии. Рассмотренный пример показывает, что наличие неоднородностей в линиях передачи может сопровождаться трансформацией сигнала, причем как в сторону понижения, так и в сторону повышения напряжения. В этом неоднородная линия передачи родственна трансформатору.

<u>Вставка параллельного элемента внутрь линии</u> (рис. 2,в).

Здесь нагрузкой левой части линии служит параллельно включенные сопротивление вставки Z и входное сопротивление правой части ρ: $Z_{эн} = \dfrac{Z \cdot \rho}{Z + \rho} \neq \rho$, поэтому в левой части линии существует отраженная волна:

$$K_U = -\frac{\rho}{2Z + \rho}\ . \qquad (8)$$

Переходные процессы в электрических цепях, содержащих отрезки линий передачи

Рассмотрим переходный процесс распространения сигнала в цепи рис. 3, содержащей отрезок линии передачи длиною *l*, когда генератор вырабатывает положительную ступеньку напряжения. Очевидно, сущность процесса будет состоять в последовательном

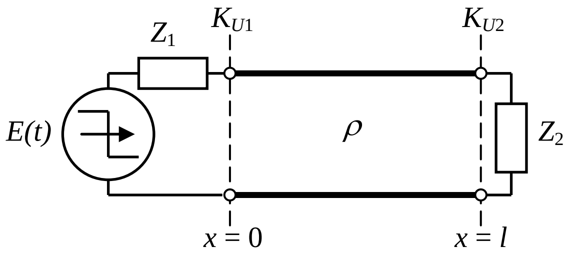
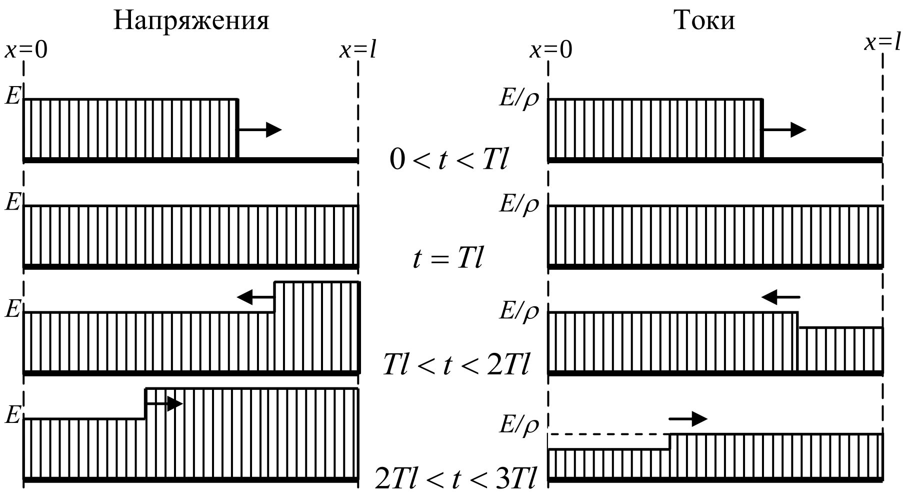


Рис. 3. Линия в составе цепи

возникновении отраженных волн в сечениях неоднородностей $x = 0$ и $x = l$. Коэффициенты отражения в этих сечениях равны соответственно $K_{U1} = \dfrac{Z_1 - \rho}{Z_1 + \rho}$ и $K_{U2} = \dfrac{Z_2 - \rho}{Z_2 + \rho}$. Моменты отражений определяются длиной линии, точнее, временем *Tl* распространения сигнала по линии. Будем считать, что сопротивления Z_1 и Z_2 действительны.

В установившемся режиме в цепи будет протекать постоянный ток $I_{уст} = \dfrac{E}{Z_1 + Z_2}$, а во всех сечениях линии – действовать одинаковое напряжение $U_{уст} = E\dfrac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$. Процесс перехода цепи к этому режиму представим временной диаграммой рис. 4, построенной для конкретного случая $Z_1 = 0$, $Z_2 > \rho$.

Верхняя диаграмма $0 < t < Tl$ показывает, что в линии распространяется ступенчатая волна напряжения, амплитуда которой равна э.д.с. источника *E*. Эта волна сопровождается волной тока $\vec{I} = \dfrac{E}{\rho}$. Собственно говоря, эти волны являются двумя сторонами единого электромагнитного процесса. Действительно, появление скачка напряжения на левом конце линии вызывает возникновение тока в первой индуктивности *Ldx* (см. нижнюю схему рис. 1). Это приводит к заряду первого конденсатора *Cdx*, в результате чего нарастает ток в следующей индуктивности и т.д. Распространение волны напряжения, иначе говоря, волны последовательного заряда распределенных емкостей *Cdx* линии, невозможно без волны тока в индуктивностях *Ldx* и наоборот.



$$U_{уст} = E; \quad I_{уст} = \frac{E}{Z_2}$$

Рис. 4. Переходный процесс в линии

Вторая диаграмма $t = Tl$ иллюстрирует состояние цепи в момент поступления фронта падающей волны в сечение нагрузки $x = l$. В этот момент здесь возникает противоречие. С одной стороны, в линии течет ток $\vec{I} = \dfrac{E}{\rho}$. С другой, под действием внезапно возникшего напряжения E в нагрузке, согласно закону Ома, должен бы протекать ток $I = \dfrac{E}{Z_2} < \vec{I}$. Это противоречие разрешается за счет

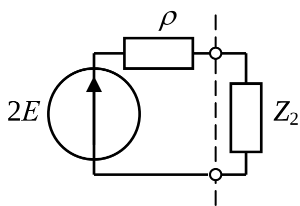


Рис. 5. Эквивалентная схема для сечения $x = l$ в момент $t = Tl$

немедленного возникновения отраженных волн напряжения и тока в месте «конфликта».

Выполнить количественный анализ равновесных условий в сечении неоднородности можно, если вычислить значение K_U по формуле (5) и найти полные ток и напряжение в сечении $x = l$ по формулам (2), (3).

Другой способ состоит в том, что линию с падающей на нагрузку волной напряжения E можно заменить эквивалентной схемой, включающей только элементы с сосредоточенными параметрами. На рис. 5 эквивалентный двухполюсник[1] расположен слева от линии раздела. Расчет цепи рис. 5 дает значения равновесных тока и напряжения на нагрузке $I = \dfrac{2E}{\rho + Z_2}$, $U = \dfrac{2EZ_2}{\rho + Z_2}$.

Процесс распространения отраженных волн тока и напряжения, родившихся в сечении $x = l$, на рис. 4 иллюстрируется диаграммой $Tl < t < 2Tl$. В момент $t = 2Tl$ эти волны достигают пункта подключения генератора и отражаются от него с коэффициентом отражения –1, тем самым, начинается третий этап переходного процесса.

Сущность этого этапа та же, что и первого, а именно: в линии слева направо бегут ступеньки напряжения и тока. Однако теперь высота ступенек меньше той, что была вначале, т.е. цепь приблизилась к состоянию $U_{уст}$, $I_{уст}$.

Для практики интересны варианты развития переходного процесса, когда генератор согласован с линией, а сопротивление нагрузки действительно и лежит в диапазоне от 0 до $\propto$ – см. рис. 6. На этом рисунке приведен вид осциллограмм напряжения, которые может видеть наблюдатель в пункте подключения генератора.

Из рассмотренных примеров наиболее интересен случай рис. 6,а $Z_2 = 0$: в нем видны физические предпосылки формирования прямоугольного импульса из исходного ступенчатого сигнала.

[1] Э.д.с. эквивалентного двухполюсника должна быть вдвое выше амплитуды падающей волны напряжения [1]. Физически это объясняется тем, что падающая волна, помимо энергии электрического поля, несет с собой такую же энергию магнитного.

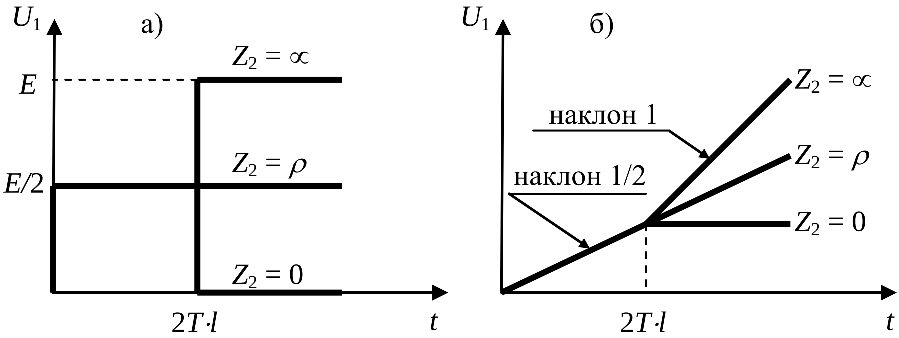


Рис. 6. Переходные процессы при согласованном генераторе:
а) ступенчатый сигнал;
б) линейно-нарастающий сигнал.

На практике возможны ситуации, когда нагрузка в цепи рис. 3 содержит реактивные компоненты. Результаты анализа переходного процесса в подобных случаях даны в строках 4 ÷ 7 Табл. 1. В ней графики напряжений даны для случая, когда э.д.с. источника сигнала равна $E = 1$. При этом изменение напряжения на нагрузке происходит следующим образом:

4-й вариант: $$U_2(t) = 1 - \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right),\ \tau = \rho C;$$

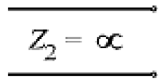
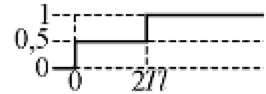
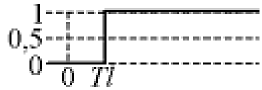
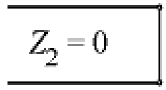
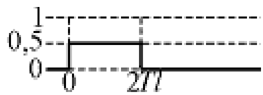
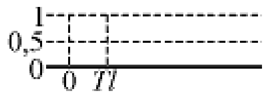
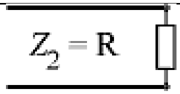
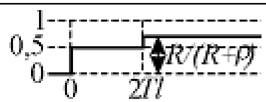
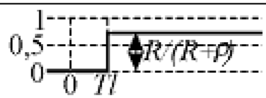
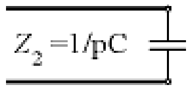
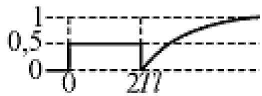
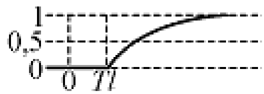
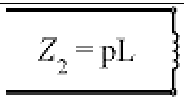
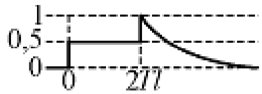
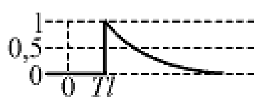
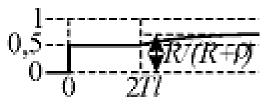
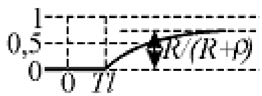
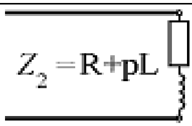
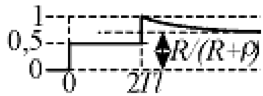
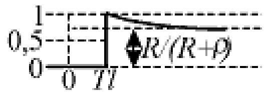
5-й вариант: $$U_2(t) = \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right),\ \tau = \frac{L}{\rho};$$

6-й вариант: $$U_2(t) = \frac{R}{R+\rho}\left[1 - \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right)\right],\ \tau = \frac{C\rho R}{\rho + R};$$

7-й вариант: $$U_2(t) = \frac{1}{R+\rho}\left[R + \rho\exp\left(\frac{-t}{\tau}\right)\right],\ \tau = \frac{L}{\rho + R}.$$

Таблица 1

Переходные процессы в линии передачи
при согласованном генераторе и разных нагрузках

№	Вид нагрузки	Напряжение на входе	Напряжение на нагрузке
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

Практическая ценность данных Табл. 1 состоит в том, что мы, наблюдая осциллограмму напряжения на выходных зажимах генератора тестовых импульсов, можем получать информацию о характере нагрузки, подключенной к линии передачи на противоположном конце. Это дает возможность дистанционного зондирования линий передачи, в частности, обнаруживать неоднородности, определять их характер и место положения.

Конструктивные типы линий передачи с распределенными параметрами

Приведем примеры конструктивных типов линий передачи, которые могут найти применение в устройствах мощной импульсной техники.

1. Коаксиальная линия (рис. 7,а) содержит два соосных проводника, разделенных изоляцией с относительной диэлектрической проницаемостью ε. Из-за своей конструктивной простоты данная линия получила широкое распространение в технике. Преимуществом коаксиальной линии является отсутствие острых кромок, что повышает электрическую прочность. В гибком варианте выпускается серийно.

Волновое сопротивление коаксиальной линии подчиняется соотношению $\rho[Ом] = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon}} \ln \frac{d}{D}$ и лежит в диапазоне 20 ÷ 150 Ом.

2. Двухпроводная полосковая линия (рис. 7,б). Она состоит из плоских параллельных металлических проводников, между которыми может располагаться изолятор. Волновое сопротивление (1 ÷ 10 Ом) равно $\rho[Ом] = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon}} \cdot \frac{a}{a+b}$. Применяется, когда требу-

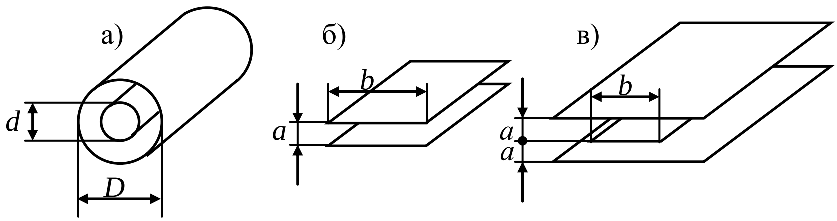


Рис. 7. Однородные линии передачи

ется передача энергии с возможно меньшим значением индуктивности линии. В этом случае рекомендуется снижать размер a и увеличивать b. Недостатки линии – наличие острых кромок и открытость в окружающее пространство. Последнее свойство может вызывать излучение части энергии передаваемой волны.

3. Симметричная полосковая линия (рис. 7,в). Она также состоит из плоских параллельных металлических пластин, но крайние проводники находятся под одним электрическим потенциалом

(заземлены). Если эти проводники сделать заметно шире внутреннего, то они будут выполнять роль экрана и предотвращать излучение энергии. Волновое сопротивление равно $\rho[Ом] = \frac{60\pi}{\sqrt{\varepsilon}} \cdot \frac{a}{a+b}$ и может находиться в диапазоне от 0,1 до 5 Ом.

4. Дисковая линия (рис. 8). Эта линия используется в устройствах МИТ, когда необходимо передать энергию, запасенную в нескольких накопителях С, в одну общую нагрузку. В данной линии энергия передается по радиусу дисков от периферии к центру, поэтому такая линия называется еще радиальной. Линия – неоднородная, т.к. ее волновое сопротивление зависит от расстояния *r* до оси:

$$\rho = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon}} \cdot \frac{d}{r} \in (0{,}05..5 \quad Ом)$$

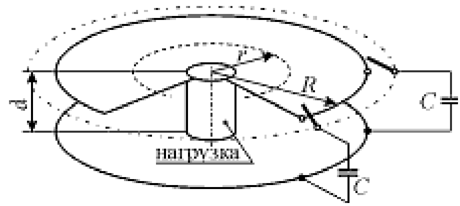


Рис. 8. Дисковая линия

Всем линиям с распределенными параметрами, описанным выше, характерно время задержки на единицу длины порядка 5 нс/м (при $\varepsilon \approx 2$). В тех случаях, когда погонную задержку необходимо увеличить, применяют линии с сосредоточенными параметрами или промежуточные.

5. Спиральная линия (рис. 26). Эта линия передачи относится к категории промежуточных, поскольку в ней сочетаются качества устройств с распределенными и сосредоточенными параметрами. В спиральной линии для увеличения погонной задержки центральный проводник свернут в виде спирали. По параметру (задержка / потери) данная линия имеет оптимум геометрии. Он достигается при $r_2 / r_1 = 2{,}06$. Для такой линии $\rho = 0{,}44\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot \frac{r_1}{\tau}$; волновое сопротивление лежит в диапазоне от 200 до 1000 Ом, а погонная задержка – от 200 до 500 нс/м.

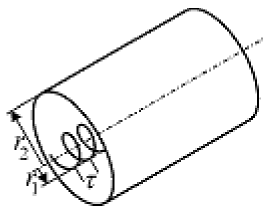


Рис. 9. Спиральная линия

2. Домашнее задание

2.1. Выберите длину l однородной линии в пределах 5-10 м. Выберите значение относительной диэлектрической проницаемости ε изоляции линии из диапазона 1,5-2,5. Определите задержку T_0 сигнала на 1м длины линии, имея в виду, что скорость волны в линии равна $v = c/\sqrt{\varepsilon}$.

2.2. Выберите волновое сопротивление ρ линии из множества [50 Ом, 75 Ом]. Примите внутреннее сопротивление источника сигнала $Z_1 = \rho$.

2.3. Выберите длительность импульса сигнала в 4-7 раз короче электрической длины линии. Фронты считайте идеальными, а амплитуду примите равной E = 1 кВ.

2.4. Для нагрузок рис. 10,а-в рассчитайте и нарисуйте с соблюдением масштаба форму сигнала напряжения на входе линии (x = 0) и нагрузке ($x = l$). В схеме рис. 10,в примите R = ρ.

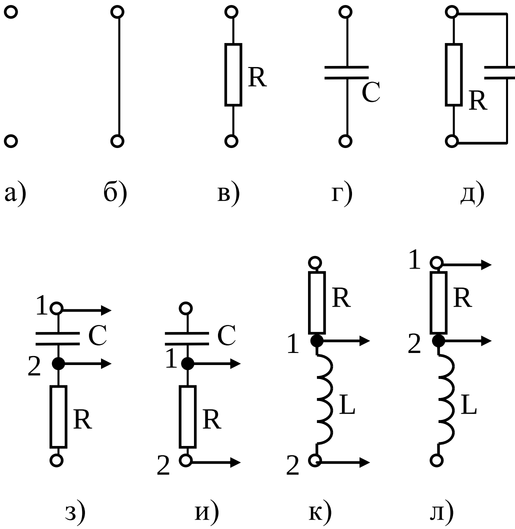


Рис. 10. Варианты нагрузок

2.5. Для нагрузки рис. 10,в рассчитайте и нарисуйте с соблюдением масштаба форму импульса напряжения на нагрузке ($x = l$) при R = ρ, R = (0,3-0,7)ρ и R = (1,3-2)ρ.

2.6. Для нагрузок рис. 10,г-ж выберите значения емкостей и индуктивностей кратными 5 пФ и 5 нГн так, чтобы постоянная времени была в 5-7 раз меньше, чем длительность импульса. Рассчитайте и зарисуйте с соблюдением масштаба форму импульса на нагрузке при R = ρ, R < ρ и R > ρ.

2.7. Для нагрузок рис. 10,з-л выберите постоянную времени в 2-3 раза меньше, чем длительность импульса. Рассчитайте и зарисуйте с соблюдением масштаба форму импульса $U_{12}(t)$ при R = ρ, R = (0,3-0,7)ρ и R = (1,5-3)ρ.

3. Рабочее задание

3.1. При выбранных ранее значениях параметров (п.п. 2.1-2.5 Домашнего задания) получите и зарисуйте форму импульса в начале, конце и середине линии для падающего и отраженного сигналов с нагрузками рис. 10,а-в. Сравните результаты с расчетом.

3.2. По результатам, полученным в п. 3.1 Рабочего задания, определите электрическую длину используемой длинной линии, оцените ее геометрическую длину и сравните с расчетными параметрами.

3.3. При выбранных ранее значениях параметров (п. 2.6 Домашнего задания) получите и зарисуйте форму импульса в начале, конце и середине линии для падающего и отраженного сигналов с нагрузками рис. 10,г-ж. Сравните результаты с расчетом.

3.4. Для нагрузок рис. 10,д и 10,ж исследуйте зависимость постоянной времени и напряжения на выходе линии в установившемся режиме от отношения R / ρ (R / ρ = 0,3; 1; 3). Объясните полученные результаты.

3.5. В нагрузке рис. 10,д при R = ρ выберите емкость конденсатора так, чтобы постоянная времени равнялась длительности импульса. Затем сделайте R = 2ρ и R = ρ /2. Зарисуйте форму сигналов в начале, конце и в середине линии.

3.6. Повторите опыт п. 3.5. с нагрузкой рис. 10,ж.

3.7. При выбранных ранее значениях параметров (п. 2.7 домашнего задания) получите и зарисуйте форму импульса в начале, конце и середине линии для падающего и отраженного сигналов с нагрузками рис. 10,з-л. Сравните результаты с расчетом.

3.8. Зарисуйте осциллограммы напряжений $U_{12}(t)$ в нагрузках рис. 10,з-л при тех же значениях параметров цепи, которые использовались в п.п. 2.7 Домашнего задания. Сравните полученные результаты с расчетными.

4. Отчет о работе

Отчет по работе должен содержать:

- ✓ Схемы всех исследованных нагрузок;
- ✓ Все результаты Домашнего задания и все формулы, использованные при его выполнении;
- ✓ Все результаты осциллографических измерений, представленные таким образом, чтобы по ним можно было вычислить численные значения параметров цепи;
- ✓ Заключение по работе, в котором анализируются результаты сравнения расчетов и эксперимента.