

Неустойчивости в пучках заряженных частиц.

- Все неустойчивости в ПЗЧ обусловлены взаимодействием частиц между собой, а также с проводящей камерой усилителя.
- Часть из них явл. поперечной (поперечной)
- Условно можно разделить пучок, возникающее в пучке при усилении (транспортировке), и пучок в месте вставки

Пучок, циркулирующий в тандемной камере:

в частотной области:

$$J(t, \theta) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega J_k(\omega) e^{-ik\theta - i\omega t} \quad (1)$$

- в гармоническом
разложении

$$E(t, \theta) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega E_k(\omega) e^{-ik\theta - i\omega t} \quad (2)$$

$$E_k(\omega) = \frac{-1}{2\pi R_0} Z_k(\omega) J_k(\omega) \quad (?) - \text{поле, возмущенное пучком}$$

R_0 - средний радиус ускорителя;

$Z_k(\omega)$ - проводящий импеданс свч-камеры;

В свою очередь поле действует на пучок и изменяется ток: функции существуют во взаимное между E и J .

В этом смысле любая гармоника поля действует на все гармонич. ток. Свч-ка можно считать линейной только в начале процесса, когда "возмущение" еще не распрост. - переходит на другие гармоники.

$$J_k(\omega) = -2\pi R_0 \underbrace{\Pi_k(\omega)}_{\text{"проводящий импеданс"}} E_k(\omega) + \underbrace{J_k^{(0)}(\omega)}_{\text{"начальная циркулирующая ток"}} \quad (4)$$

Используем $E(\omega)$ из (3) и (4):

$$J_k(\omega) = \frac{J_k^{(0)}(\omega)}{1 - Z_k(\omega) \Pi_k(\omega)} \quad (5)$$

$$Z_k(\omega) \Pi_k(\omega) = 1 \quad (6)$$

Если ур-ние (6) имеет решение ω_k , то подв. гармоника $I_k(t)$, пропорциональная $e(-i\omega_k t)$; Если малая часть $\omega_k > 0$, то $I_k(t)$ в течение времени и решение удовлетворяет о нулевой и ненулевой исходного распределении. Т.е. устойчивость не зависит от исходного состояния, а только от функции I_k и $J_k^{(0)}(\omega) = 0$.

Вид $Z_k(\omega)$ и $\Pi_k(\omega)$ можно найти из ур-ний Власова.

Основное решение: $\Pi_k^{(0)}$ имеет резкий максимум при

$$\omega = k\omega_s, \quad \omega_s = \frac{\beta c}{K_0} - \text{средняя фазовая скорость пучка.}$$

Эта гармоника стабилизирована в сист. системе координат.

Для поиска $Z_k(\omega)$ подх. решение ур-тия Максвелла при поле пучка $I_k(\omega) \exp(-i\omega t + iK\theta)$ и иск. формулу (3)

Для идеально проводящих камер:

$$Z_k(\omega) = i \frac{Z_0 g K_0}{\omega/c} \left(\frac{k^2}{K_0^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \right) \quad (7)$$

$Z_0 = 377 \text{ Ом}$ - сопр. свободного пространства

$g = \ln(b/c) + 1/4$; a и b - радиусы пучка и камеры

$$\omega = k\omega_s \quad \text{и}$$

$$\frac{Z_k}{k} = i \frac{Z_0 g}{\beta \gamma^2} \quad (8)$$

из решения дисп. ур-ния:

$$\omega = k\omega_s \left(1 + \left[\left(\frac{\Delta\omega_s}{\omega_s} \right)^2 + \frac{J Z_k/k}{2\pi i \beta \gamma^2} \frac{\partial \ln \omega_s}{\partial \ln \beta} \right]^{1/2} \right) \quad (9)$$

J - ср. ток пучка; ω - полн. терм.

Видно, что неустойчивые решения будут только при $\frac{\partial \omega_s}{\partial \beta} < 0$

т.е. при $k > k_{\text{кр}}$; Если под корнем отриц. величина, то может возникнуть переходный неуст., вызванный с изм. интенсив. пуч. (заряд). Однако это не условия приводит к послед. стабилизации

В случае неоднородной камеры неуст. решения взаимод. только (мгн. и "гармонич. ток и

и

$$E_k(\omega) = \frac{-1}{2\pi k_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} Z_{kn}(\omega) J_n(\omega) \quad (10)$$

Z_{kn} - матрица импеданса связи.

Ф-ция (4) при этом неизменна; подставив (4) в (10) с учетом $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(\omega - \omega_s) d\omega = 1$ получим систему ур-ний:

$$J_k = \Pi_k(\omega) \sum_{n=-\infty}^{\infty} Z_{kn}(\omega) J_n \quad (11)$$

Если $|Z_{kn}| \neq 0$ система имеет решение, определенное спектром гармоник;

т.к. $\Pi_k(\omega) \neq 0$ не при любых ω , а только в узких полосках в окрестности $\omega = k\omega_s \Rightarrow$ система имеет не более одного решения при заданном ω и (11) упрощается до

$$J_k \approx \Pi_k(\omega) Z_{kk}(\omega) J_{k\omega} \quad (12)$$

полагая ~~$k = k\omega$~~ $k = k\omega$ имеем:

$$Z_{kk}(\omega) \Pi_k(\omega) = 1 \quad (13)$$

Перейдем в эквив. систему координат:

$$\left. \begin{aligned} \theta^{uad} &= \varphi + \omega_s t \\ \Omega &= \omega - k\omega_s \\ \exp(ik\theta^{uad} - i\omega t) &\rightarrow \exp(ik\varphi - i\Omega t) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

следует:

$$\left. \begin{aligned} Z_{kk}^{uad}(\omega) &= Z_{kk}^{uad}(k\omega_s + \Omega) = Z_k(\Omega) \\ \Pi_{kk}^{uad}(\omega) &= \Pi_{kk}^{uad}(k\omega_s + \Omega) = \Pi_k(\Omega) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$Z_k(\Omega) \Pi_k(\Omega) = 1 \quad (16)$$

Сгруппированный нуток в неоднор. камере:

$$E_k(\Omega) = \frac{-1}{2\pi k_0} Z_k(\Omega) J_k(\Omega) \quad (17) \quad \text{— только глав. элемент матрицы импедансов.}$$

$$J_k(\Omega) = -2\pi k_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Pi_{kn}(\Omega) E_n(\Omega) \quad (18) \quad \text{— ~~и т.д.~~}$$

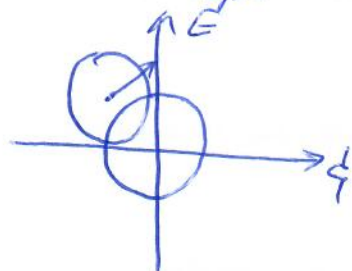
и неод. удовлетв. все гармоникам из (17) и (18) получаем систему ур-ний для гармоник тока:

$$\text{ ~~J_k~~ \quad } J_k = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Pi_{kn}(\Omega) Z_n(\Omega) J_n \quad (19)$$

Собств. моды колебаний системы:

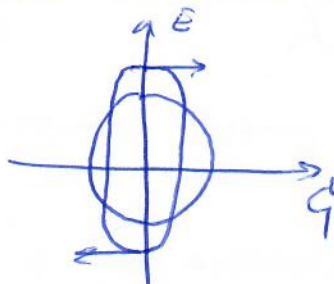
Попробуем определить Π_{kn} для систем, изображ.

и пусть $R_0 = \text{const}$ (приближенно сфер. колебаниями), а затем методом возмущений попробуем учесть z . Будет видна картина "мультимодных колебаний", с периодом $\frac{2\pi}{\Omega_s}$



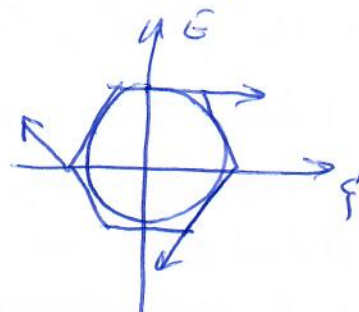
$$\Omega = \Omega_s$$

дипольный



$$\Omega = 2\Omega_s$$

квадрупольный



$$\Omega = 3\Omega_s$$

секступольный

Все частоты $\Omega = n\Omega_s$ имеют свои корни из системы уравнений (19) только при $Z_k(\Omega) = 0$; тогда:

$$\Pi_{kn}(\Omega) = \mp \frac{ieJ}{n\Delta\zeta\Delta\omega} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m^2 \omega_s \Omega_s C_{mkn}}{\Omega^2 + 2i\Omega m\Delta\Omega_s - m^2 \Omega_s^2} \quad (20)$$

$\Delta\zeta, \Delta\omega$ - поправки к частоте; $C_{mkn} \sim 1$ и характеризуют эллипсоидность возмущения мультимодных мод.

Стационарные эллипсоиды произвольного вида:

Уст. замкнутой орбиты:

введем возмущение, связанное с сфер. колеб., в ур-ние безразм. колебаний:

$$Z'' + \nu_z^2 Z = \frac{f(\theta) + F(z_0, t)}{m\omega^2} \quad (1)$$

$f(\theta)$ - внешн. возмущение

$F(z_0, z)$ - сила Лоренца, зависит от точки на орбите $z_0(\theta)$ и положения гравитации $z(\theta)$. Пусть элемент $z_0(\theta)$

мало по сравнению с R_0 и разложим:

$$F(z_0, z_0) \approx \left. \frac{dF(z_0, z_0)}{dz_0} \right|_{z_0=0}, \text{ тогда}$$

$$Z_0'' + \nu_z^{*2} Z_0 = \frac{f(\theta)}{m\omega^2} \quad (2), \text{ где}$$

$$\nu_z^{*2} = \nu_z^2 - \frac{dF_0}{dz_0} \frac{1}{m\omega^2} \quad (3)$$

вдвину резонансов (усилых)

$\nu_z^* = k$ может быть сильное искажение орбиты; т.е. $\nu_z^* = \nu_z$, то можно утверждать, что поле проща заряды, сдвигает "линии резонансов".

$$\nu_z^2 = k^2 + \frac{dF_0}{dz_0} \frac{1}{\omega^2 m} \quad (3)$$

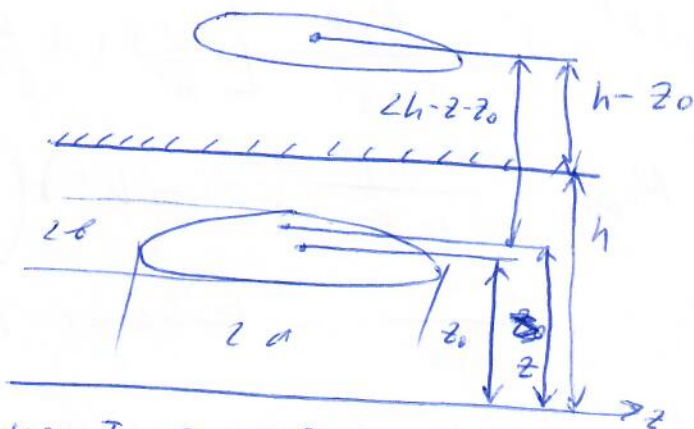
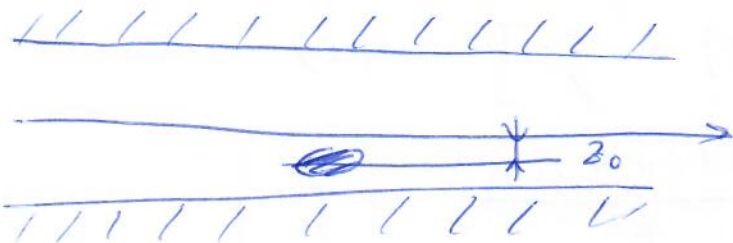
↑
неперенормированный для резонансов.

Искажение не будет, если

$$\left| \frac{dF_0}{dz_0} \right| \frac{1}{\omega^2 m} \ll \left| \nu_z^2 - k_0^2 \right| \quad (4)$$

↑
еще раз, для случая ν_z сверху
или $\frac{dF_0}{dz_0} > 0$ и снизу или $\frac{dF_0}{dz_0} < 0$

Найдем dF_0/dz_0 :



Рассм. тонкий слой с

линейной плотностью ~~зарядов~~ зарядов λ на расст. h от стенок, тогда E будет приближаться:

$$E_z = \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0 (2h - z_0 - z)} \approx \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 h} \left[1 + (z_0 + z)2h + \dots \right] \quad (5)$$

Первый член компенсируется второй стеной; тогда

$$E_z \approx \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 h^2} (\alpha_1 z_0 + \alpha_2 z) \quad (6)$$

$\alpha_1, \alpha_2 \approx 1$ и устр. формулу стенок. Для начала можно стенок $\alpha_1 = \pi^2/6$; $\alpha_2 = \pi^2/4$

Аналогично, м.а. приближает к отдален. от стенок:

$$\tilde{B}_x \approx \frac{\mu_0 \omega \tilde{\lambda}}{4\pi h^2} (\alpha_1 z_0 + \alpha_2 z) \quad (7)$$

для моментов (фреппонментан)

$$\bar{B}_x \approx - \frac{\mu_0 \lambda}{4\pi g^2} (\mu_1 z_0 + \mu_2 z) \quad (8)$$

g - расст. между полюсами. Для масс $\mu_1 = \pi^2/12$; $\mu_2 = \pi^2/6$;
введем к-т притяжения κ_r , тогда

$$\lambda = \kappa_r \bar{\lambda}; \quad \tilde{\lambda} = (\kappa_r - 1) \bar{\lambda}; \quad \bar{\lambda} = Ne/2\pi k \quad \text{и}$$

$$F(z_0, z) = e[E_z z - \beta c B_x] = \frac{Ne^2 \beta^2}{8\pi^2 \epsilon_0 k} \times \left[\left(1 + \frac{\kappa_r}{\beta^2 \gamma^2}\right) (\alpha_1 z_0 + \alpha_2 z) \frac{1}{h^2} + \right. \\ \left. + (\mu_1 z_0 + \mu_2 z) \frac{1}{g^2} \right] \quad (9) \quad \text{— предельное значение} \\ \text{массы и притяжение.}$$

Сделаем замену: ($z = z_0$) $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$; $\mu = \mu_1 + \mu_2$

$$V^{*2} - V^2 = \frac{N_0 k}{2\pi \gamma} \left[\frac{\alpha}{h^2} \left(1 + \frac{\kappa_r}{\gamma^2 \beta^2}\right) + \frac{\mu}{g^2} \right] \quad (10)$$

$$N_{\text{крит}} = \frac{2\pi \gamma}{z_0 k} (V^2 - k^2) \left(\frac{\alpha (1 + \kappa_r / \gamma^2 \beta^2)}{h^2} + \frac{\mu}{g^2} \right)^{-1} \quad (11)$$

$$z_0 = \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 m_0 c^2} \quad \text{— классич. радиус электрона (протона)}$$

Что мы имеем в результате наших исследований:

представ. излуч. в виде зарядов. диполь (вотчина от дичи.
 полюсов расст.)

$$E_z = \frac{\lambda (z - z_0)}{4\pi \epsilon_0 b(a+b)}; \quad B_x = \frac{\mu_0 \lambda (z - z_0)}{4\pi b(a+b)}; \quad (12)$$

$$F(0, z) = \frac{Ne^2 \beta^2 z}{8\pi^2 \epsilon_0 k} \left[\frac{\kappa_r}{\gamma^2 \beta^2 b(a+b)} + \frac{\alpha_2 (1 + \kappa_r / \gamma^2 \beta^2)}{h^2} + \frac{\mu_2}{g^2} \right] \quad (13)$$

Получено из (9) при $z_0 = 0$

$$V^{*2} - V^2 = \frac{-N z_0^2 k}{2\pi \gamma} \left[\frac{\kappa_r}{b(a+b) \gamma^2 \beta^2} + \frac{\alpha_2}{h^2} + \frac{\mu_2}{g^2} \right] \quad (14)$$

$$N_{\text{крит}} = \frac{2\pi \gamma (V^2 - k^2 / 4)}{z_0 k} \left[\frac{\kappa_r}{b(a+b) \gamma^2 \beta^2} + \frac{\alpha_2}{h^2} + \frac{\mu_2}{g^2} \right] \quad (15)$$

Векторы на абсолютизации:

$\vec{j} = I/\pi a^2$ с равномерным распределением.

$$\text{rot } \vec{B} = \vec{e}_s \mu_0 I / \pi a^2 \quad (1)$$

В однородном ψ и S и имеет только B_φ и

$$\frac{1}{z} \frac{\partial}{\partial z} z B_\varphi = \begin{cases} \frac{\mu_0 I}{\pi a^2}, & z < a \\ 0, & z > a \end{cases} \quad (2)$$

и

$$B_\varphi = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \begin{cases} z, & z < a \\ \frac{a^2}{z}, & z > a \end{cases} \quad (3)$$

E имеет только z -овую компоненту и

$$\text{div } \vec{E} = \rho/\epsilon_0 \quad \text{или} \quad (4)$$

$$\frac{1}{z} \frac{\partial}{\partial z} z E_z = \frac{\rho}{\epsilon_0} = \begin{cases} I/\pi a^2 \sigma \epsilon_0, & z < a \\ 0, & z > a \end{cases} \quad (5) \quad \text{т.е. } \rho = j/\sigma$$

тогда

$$\beta E_z = c B_\varphi \quad (6)$$

Продолжение поле системы:

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial E_z}{\partial s} - \frac{\partial E_s}{\partial z} = -\frac{\partial B_\varphi}{\partial t} \quad (7)$$

Все поле стационарно относительно системы и от S и t зависит через $\varphi = g(s - \sigma c t)/R \Rightarrow$

$$\frac{\partial}{\partial s} = \frac{g}{R} \frac{\partial}{\partial \varphi}; \quad \frac{\partial}{\partial t} = \frac{g \beta c}{R} \frac{\partial}{\partial \varphi}$$

$$\frac{\partial E_s}{\partial z} = \frac{g}{R} \frac{\partial}{\partial \varphi} (E_z - \beta c B_\varphi)$$

$$E_s(z) = \frac{-g \Lambda(z)}{2\pi \epsilon_0 \gamma^2 R} \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{I}{\beta c} \quad (8) \quad \begin{matrix} \text{— поле всегда} \\ \text{рассчитываемое} \end{matrix}$$

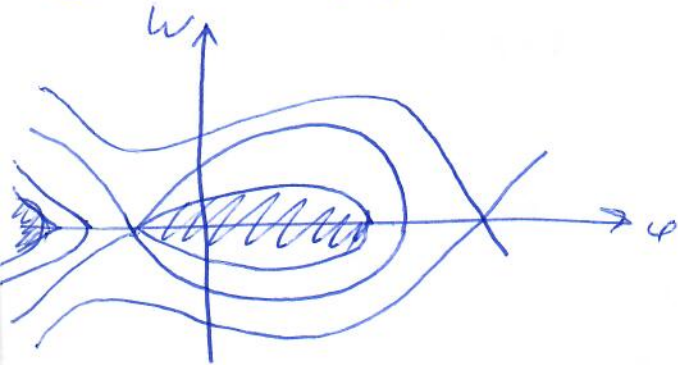
← плотность заряда

$$\Lambda(z) = \begin{cases} 2 e_n \frac{h}{z}, & z > a \\ 2 e_n \frac{h}{a} + 1 - \frac{z^2}{a^2}, & z < a \end{cases}$$

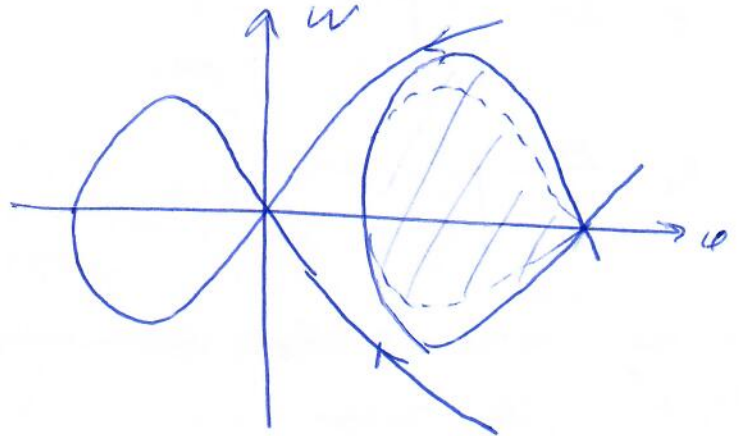
Сод. поле нуклеа дополнительно усилится за счет перед
равновесной и замедлится, что тоже.

Если $W < W_{кр}$, то протон. заряд произведет автоизлучение.
Пот. дна уменьшается, частота $\Omega_{\varphi} \downarrow \Rightarrow$ верт. размер сепара-
трисы также \downarrow и может сжаться до нуля, при котором дна,
выпрямляется.

Если $W > W_{кр}$, то наоборот.



$W < W_{кр}$



Два выражения для

$$F_s = F_{протон} ; \text{ при } \cos \alpha_s = 0 \quad \Delta F = \frac{V}{2\pi R} \cos \varphi$$

$$\frac{\partial \varphi}{4\pi \epsilon_0 \gamma^2 R} \frac{\partial \lambda_{пр}}{\partial \varphi} = \frac{V}{2\pi R} \cos \varphi \quad (9)$$

Умножим:

$$\lambda_{пр}(\varphi) = \frac{2\epsilon_0 V \gamma^2}{\varphi \Lambda} (1 + \sin \varphi) \quad (10)$$

$$N_{пр} = \frac{R \varphi}{e} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \lambda_{пр} d\varphi = \frac{4\pi \epsilon_0 R V \gamma^2}{e \Lambda} \quad (11)$$

Оценим:

$R = 10 \text{ м}$; $V = 10 \text{ кВ}$; $\Lambda = (3:4)$ и слабо зависит от размеров системы.
 $\gamma = 100$

$$\text{тогда } N_{пр} = \frac{4\pi \cdot 10^{-9} \cdot 10 \cdot 10^4}{36\pi \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4} \approx 1,5 \cdot 10^{13}$$

Обычно это больше, чем $N_{пр}$, рассчитанное для случая
безпротонного излучения.

Задача Ландау и другие интересные эффекты:

Кинетические эффекты: ΔW влечет перевод к изм. формам симметричного поля.

Рассм. только продольное движение.

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= eE(\theta, t) = -\frac{\partial H}{\partial \theta} \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega(p) = \frac{\partial H}{\partial p} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$H(\theta, p, t) = \int \omega(p) dp - e \int E(\theta, t) d\theta \quad (2)$$

плотность (p, θ) будет фазовой, а фазовую распир. частицу $f(\theta, p, t)$ подчиняется

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \omega(p) \frac{\partial f}{\partial \theta} + eE(\theta, t) \frac{\partial f}{\partial p} = 0 \quad (3) \quad \text{— кт. движение}$$

"кинетическое уравнение"

отнормируем

$$\int_0^\infty f(p, \theta, t) dp = \lambda(\theta, t) \quad (4)$$

если плотность $f(r)$ однородна, стационарна и азимутально симметрична

Рассмотрим малое возмущение:

$$f(p, \theta, t) = \bar{f}(p) + \tilde{f}(p) \exp(i(k\theta - \omega_0 t)) \quad |\bar{f}| \gg |\tilde{f}| \quad (5)$$

ω_0 пока неизвестно;

Подставим (5) в (3) с учетом $E(\theta, t) = \tilde{E} \exp(i(k\theta - \omega_0 t))$, тогда

$$\tilde{f} = -i e \tilde{E} \frac{d\bar{f}/dp}{\omega_0 - \omega(p)k} \quad (6) \quad \text{и}$$

$$\tilde{\lambda} = \int_0^\infty \tilde{f}(p) dp = -i e \tilde{E} \int_0^\infty \frac{d\bar{f}/dp}{\omega_0 - k\omega(p)} dp \quad (7)$$

Выводы:

Внешнее поле вызывает модификацию плотности зарядов $(d\bar{f}/dp)$

ω_0 не может быть действ., т.к. в этом случае (7) расходится

Итак:

— содейств. продольные волны в плзке нарастают при

$\text{Im } \omega_0 > 0$ и затухают при $\text{Im } \omega_0 < 0$

Напомним:

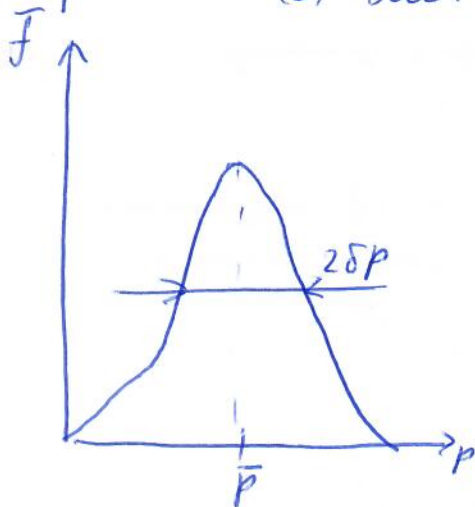
$$E = -\frac{1}{2\pi k} Z_k(\omega) J_k(\omega) - \text{риски, при изгибах и изгибах}$$

Перепишем

$$E_s = -\frac{1}{2\pi k} Z(k, \omega_0) \tilde{I} \quad \text{и получим дисп. уравнение}$$

$$\frac{ie Z(k, \omega_0) \omega_0}{2\pi k} \int_0^\infty \frac{d\tilde{f}/dp}{\omega_0 - k\omega(p)} dp \quad (8) \quad \text{т.к.} \quad \tilde{\lambda} = k\tilde{I}/k\omega_0$$

решим (8) для двух случаев (рис. ниже)



рисун., соотв. полонии-
гелиюму З.А.

$$\tilde{f}(p) = \frac{\delta p}{(p - \bar{p})^2 + (\delta p)^2} \cdot \frac{\tilde{\lambda}}{\pi}$$

при $\delta p/p \ll 1$ интеграл можно считать

при $[-\infty, \infty]$, а $\omega(p) \approx \bar{\omega} + (p - \bar{p}) \frac{\partial \omega}{\partial p} \Big|_{\omega = \bar{\omega}}$

$$\int_0^\infty \frac{d\tilde{f}/dp}{\omega_0 - k\omega(p)} dp = \frac{k \tilde{\lambda} \frac{\partial \omega}{\partial p}}{(\omega_0 - k\bar{\omega} - ik\delta\bar{\omega})^2}$$

$$\delta\bar{\omega} = \delta p \frac{\partial \omega}{\partial p} - \text{погрешность из-за разности}$$

обращений.

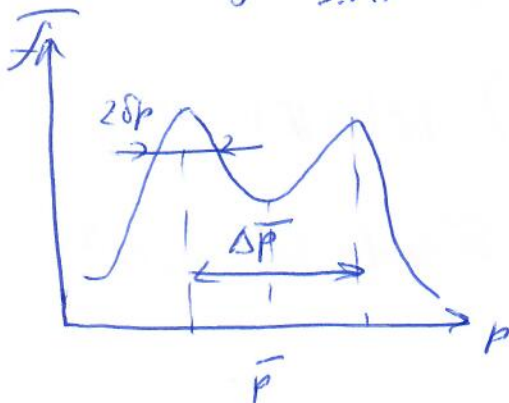
т.к. $\frac{\partial \omega}{\partial p} = (M R \bar{\omega})^{-1}$, то это ур-ние
соотн. с обычным. с заменой
 ω_0 на $\omega_0 + ik\delta\bar{\omega}$

Значение δ , „Задача Ландау“ (З.А.)

Пусть будет условие, если

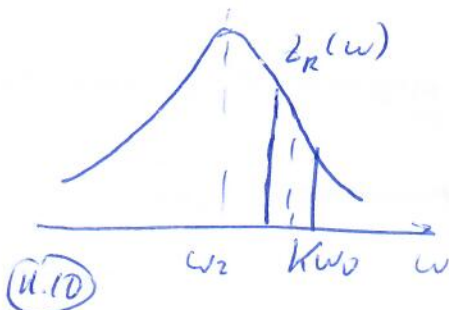
$$|\omega_0 - k\bar{\omega}| \ll |k\delta\bar{\omega}|$$

и неустойчивости имеет
короткий характер.



отриц. З.А.

Эффект Родина:



$$\frac{\Delta \omega_0}{\omega_0} = -\eta_c \frac{\Delta \omega}{\omega} \quad \text{или}$$

$$\Delta \omega_0 = -\eta_c \omega_0 \left(1 - \eta_c \frac{\Delta \omega}{\omega} \right)$$

η_c - к-т автофазировки

Обменное неустойчивость

(перекрестки)

head-tail effect

$P_\phi(w)$ — частота бетар-колебаний для функции w
т.к. при перекрестках неустойчивых частот все равно
может меняться местами относительно ϕ_s , то может
появиться «обменная неустойчивость»

Рассм. двумя разными, соверш. противоположные колебания
 $\phi_1(t)$ и $\phi_2(t)$ они обмениваются ϕ_s

$$\Delta \phi = \phi_1 - \phi_2$$

Если ϕ_1 совершает бетар-колеб., то они «расходятся» и ϕ_2
через $T_0/2$ они меняются местами, возникает доп.
расширение. Они еще усиливаются из-за разности энергий

Векторной инвариантности в месте встречи:

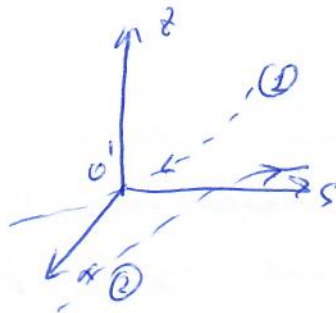
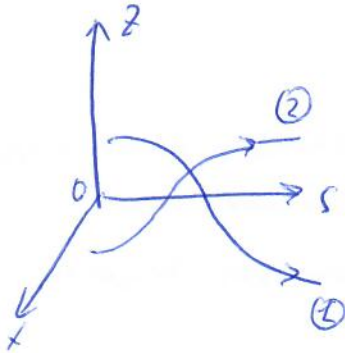
① Эксперт Тумана:

$$\Delta W_{\text{сен}} = \left(\frac{2 e U \omega_s (\sin \varphi_s - \varphi_s \cos \varphi_s)}{\pi q \frac{\partial W}{\partial \omega}} \right)^{1/2}$$

или

$$\Delta p_{\text{сен}} = \left(\frac{2 e U \omega_s (\sin \varphi_s - \varphi_s \cos \varphi_s)}{\pi q c^2 \frac{\partial W}{\partial \omega}} \right)^{1/2} \quad (1)$$

в точке встречи:



Частица несет
3-ю "время встречи"
режим изм. импульса и
вместе с изм. энергии

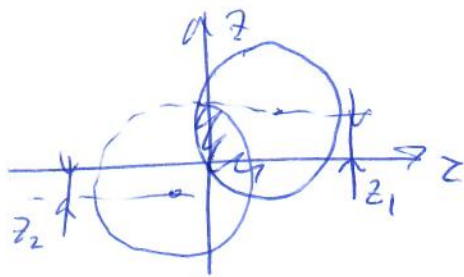
Лаб. система
 $p_{\text{прод}}^i = 0$ $W^i = mc^2$

с.ц.м.
(с.ц.м.)

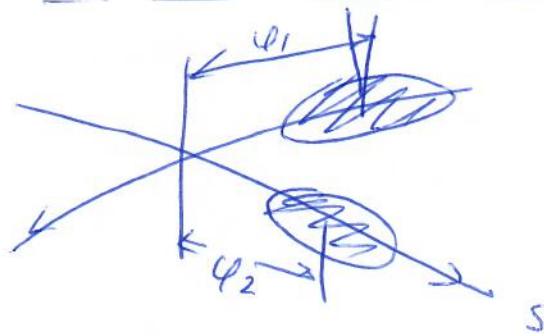
$$p_s + \Delta p = \gamma_s (p_{\text{прод}}^i + \beta_s mc) = p_s + \gamma_s \Delta p_{\text{прод}}^i \quad (2)$$

② $\Delta p = \Delta p_{\text{прод}}^i \gamma$ - в л.с.о

Поперечное сечение:



Продольное сечение:

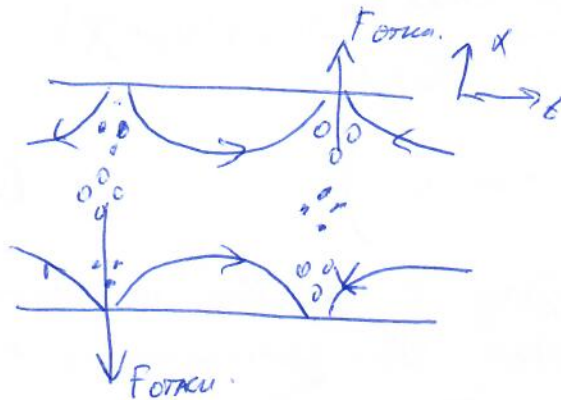
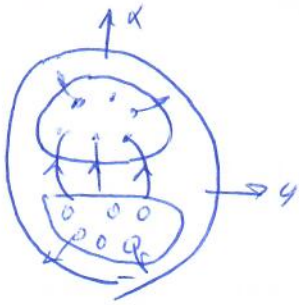


- уход от z_0 или φ_0 , возможно разделение луча
- из-за излучения в с.ц.м.

③ Взаим. с остальными частями.

Клейновой волны, не вызванной обильным зрительным
эффектом обрыва ионизации (BBU),

Возникновение НЕМ волны (самая опасная ТЕМ₁₁⁰)



$$F_x = e(E_x - \beta c B_y) e^{i(k_1 z - \omega_1 t)} \quad (1)$$

$$\text{где } E_x = E_x \exp(i k_1 z - i \omega_1 t) \quad \leftarrow \text{поле НЕМ-волны}$$

$$B_y = B_y \exp(i k_1 z - i \omega_1 t)$$

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{b}}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial E_z}{\partial x} = -i \omega_1 B_y + i k_1 c B_x \quad (2)$$

так как F_x действует на нукл. заряд электр. поля и

$$F_x = - \frac{i e}{k_1} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} \right)_{x=0} e^{i k_1 z - i \omega_1 t} \quad (3)$$

т.к. ~~поле~~ $E_z(z=0)=0$, то для малых отклонений

$$F_z = e E_x \exp(i k_1 z - i \omega_1 t) \approx e \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} \right)_{x=0} \exp(i k_1 z - i \omega_1 t) \quad (4)$$

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{\omega_1}{c} \left(\frac{1}{\beta \varphi_1} - \frac{1}{\beta} \right) \quad (5)$$

из (4) можно записать ур-ние для энергии, отдаваемой
 частицей НЕМ волне на единицу длины:

$$-Re F_z = e x \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} \right)_{x=0} \cos \varphi \quad (6)$$

для поперечной длины

$$\beta \frac{d}{dz} \beta \gamma \frac{dx}{dz} = \frac{e}{m c^2 k_1} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} \right)_{x=0} \sin \varphi \quad (7)$$

Будем считать $\frac{d\varphi}{dz} = \text{const}$ и $E_{\text{max}} = \text{const}$, тогда для расчета
 начальной фазы φ_0 интегрируем (7):

$$x = \frac{e}{m c^2 k_1 \beta^2} \frac{(\partial E_z / \partial x)_{x=0}}{(d\varphi/dz)^2} \left[\gamma \cos \varphi_0 - \sin(\varphi_0 + \chi) + \sin \varphi_0 \right] \quad (8) \quad (H.43)$$

где $\chi(z) = \frac{d\varphi}{dz} z$ — отношение от φ_0 (пронаблюдение)

тогда отраженный сигнал:

$$-Re F_z = \frac{e}{mc^2 \beta \gamma^2 k_1} \frac{(\partial E_z / \partial x)|_{x=0}}{(dU/dz)^2} \cos(\varphi_0 + \chi) \times \\ \times (\chi \cos \varphi_0 - \sin(\varphi_0 + \chi) + \sin \varphi_0) \quad (10)$$

Мощность потерь при токе I_0 можно найти, если переписать (10) по всем φ_0 , умножить на время течения в единицу времени I_0/e и проинтегрировать по длине сенсора L :

$$P_{\text{изл}} = \frac{e I_0 L^3}{mc^2 \beta^2 \gamma^2 k_1 \pi^3} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} \right)_{x=0}^2 g(\chi_e) \quad (11)$$

$$g(\chi_e) = \frac{\pi^3}{(\chi_e)^3} \left[1 - \cos \chi_e - \frac{1}{2} \chi_e \sin \chi_e \right] \quad (12)$$

$\chi_e = \chi(L)$ — полный сдвиг ~~фаз~~ фаз на длине сенсора.

Если ввести R_{ω} для НЕМ волны

$$R_{\omega 1} = \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} \right)_{x=0}^2 / 2 k_1^2 L_1 P_1 \quad (13)$$

L_1 — макс. задержка

т.к. $E_z(x=0)=0$, то это определение отличается от обычного если приравнять P_e и $P_{\text{изл}}$, то можно найти

$$I_{\text{изл}} \approx \frac{mc^3}{e} \frac{\beta^2 \pi^3}{4.2 k_1 L_1 R_{\omega 1} c L^3} \quad (14)$$

$L_1 R_{\omega 1}$ — последовательное сопротивление