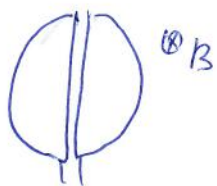
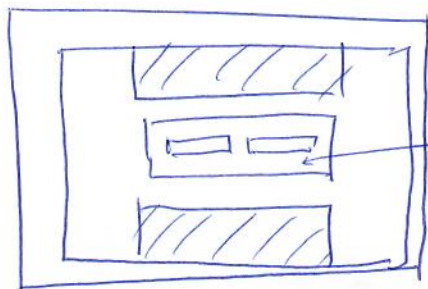


Циклотрон. Ускоренный циклотрон

Лоуренс, Berkeley Univ. 1930-32. (LBNL)



$$v = v_0 \cos(\omega t + \varphi)$$



В. и. с дуантами

Период обращения:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m c^2}{e B c^2} = \frac{2\pi W}{e B c^2} ; \quad T_p = \frac{2\pi \omega_0}{e B c^2} \quad \left(\omega = \frac{q}{R} = \frac{e \hbar}{m} \text{ керн. в. м.} \right)$$

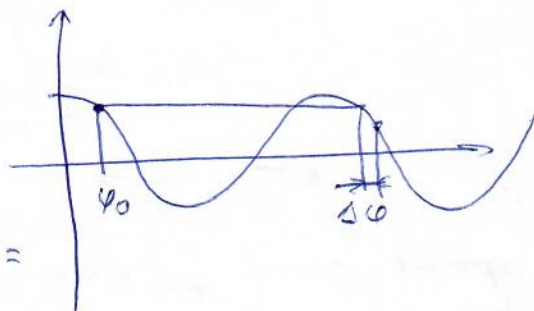
за один (оборот) прохода зазора

$$\frac{\Delta W}{\Delta n} = e V_0 \cos \varphi$$

$$\frac{\Delta \varphi}{\Delta n} = \omega_p \frac{\Delta t}{\Delta n} = \omega_p \left(\frac{T}{2} - \frac{T_p}{2} \right) =$$

$$= \frac{2\pi}{T_p} \cdot \frac{1}{2} (T - T_p) = \pi \frac{T - T_p}{T_p} = \pi \frac{W - W_0}{W} =$$

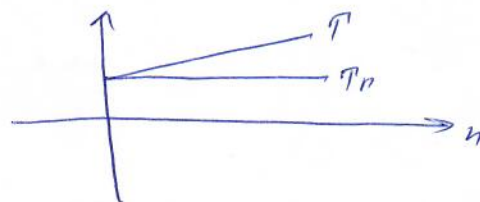
$$= \pi \frac{W_k}{W_0}$$



$$\pi \frac{W_k}{W_0} \frac{\Delta W}{\Delta n} = e V_0 \cos \varphi_0 \frac{\Delta \varphi}{\Delta n} \rightarrow \text{перейдем к дифференциалам при}$$

большом числе оборотов:

$$\pi \frac{W_k}{W_0} \frac{dW}{dn} = e V_0 \cos \varphi \frac{d\varphi}{dn} \quad \text{и}$$



$$W_k^{(max)} = \sqrt{\frac{2e V_0 W_0}{\pi} (\sin \varphi_k - \sin \varphi_n)}$$

$$\text{если } \varphi_k = \pi/2 \quad \varphi_n = 0$$

$$W_k^{(max)} = \sqrt{\frac{2}{\pi} e W_0 V_0}$$

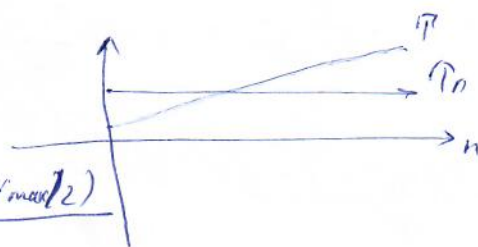
$$\varphi_k = \pi/2 \quad \varphi_n = -\pi/2$$

$$W_k^{(max)} = \sqrt{\frac{4}{\pi} e W_0 V_0}$$

можно сделать

$$\varphi_n = +\pi/2 \quad \text{и} \quad \varphi_k = +\pi/2, \text{ тогда}$$

$$W_k^{(max)} = 2 \sqrt{\frac{2}{\pi} e W_0 V_0} \quad \text{и} \quad T_p = \frac{2\pi (W_0 + W_k^{(max)}/2)}{e B c^2}$$



(4.1)

Для иона

$$W_k = \frac{p^2}{2m}$$

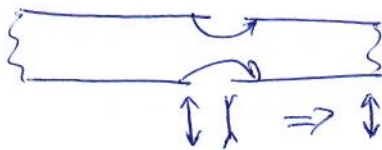
в м.н.

$$\frac{A m v^2}{R} = e z v B_0 \Rightarrow p = e z B_0 R$$

$$W_k = \frac{(e z B_0 R)^2}{2 A m} = \frac{z^2}{A} W_k^{(p)}$$

Фокусировка в циклотроне:

- ① Фок-ка м.н. по горизонтали
- ② Электрическая кривая сфокусировки



Узловой циклотрон

$$B(z) \neq \text{const}$$

$$\uparrow_{\text{эф}} \propto \text{const}$$

$$\Rightarrow \frac{B}{W} = \text{const}$$

$$\text{Учит } \frac{\tau}{2} = \frac{T_0}{2}$$

$$\tau = \frac{2\pi W}{e B c^2}$$

$$\text{или } B \lambda \approx \frac{2\pi W_0}{e c}$$

$$\left(B \tau = \frac{2\pi W_0}{e c^2} ; B \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi W_0}{e c^2} ; B \frac{2\pi \tau}{2\pi c} = \frac{2\pi W_0}{e c^2} \right)$$

$$\text{т.к. } W B = e B z c \quad \left(p = e B z \Rightarrow m v \gamma = e B z ; m \gamma c^2 \frac{v}{c} = e B z c ; W B = e B z c \right)$$

$$z = \frac{W B}{e B c}$$

Если $\tau \propto T_0$, то

$$\tau = \frac{2\pi W}{e B c^2} = \text{const} \Rightarrow \frac{W}{B} \propto \text{const} \quad \text{и можно найти зависимость } B(z)$$

$$\frac{W}{B} = \frac{W_0}{B_0} \Rightarrow W = \frac{W_0 B}{B_0} ; z = \frac{W B}{e B c} = \frac{\sqrt{W^2 - W_0^2}}{e B c} = \frac{\sqrt{\left(\frac{B}{B_0}\right)^2 - 1}}{\frac{e B_0 c}{W_0}}$$

$$B = \frac{B_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{z}{z_0}\right)^2}} \quad z_0 = \frac{e B_0 c}{W_0}$$

при этом W увеличивается с ростом м.н.

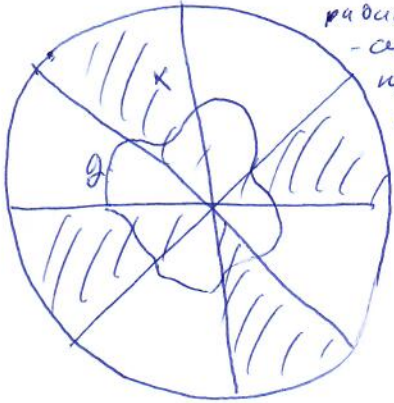
$$u = 1 - \frac{z^2}{z_0^2 - z^2} = 1 - \frac{W^2}{W_0^2}$$

для заданных значений μ можно разложить

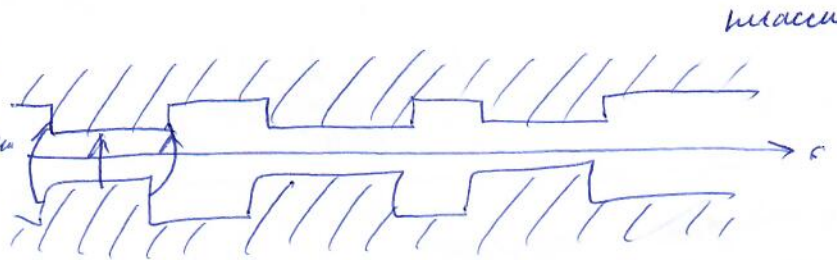
$$k(z) = k(0) \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{z}{z_0} \right)^2 + \dots \right)$$

$k(z) \neq \Rightarrow$ нет вертикальной фокусировки

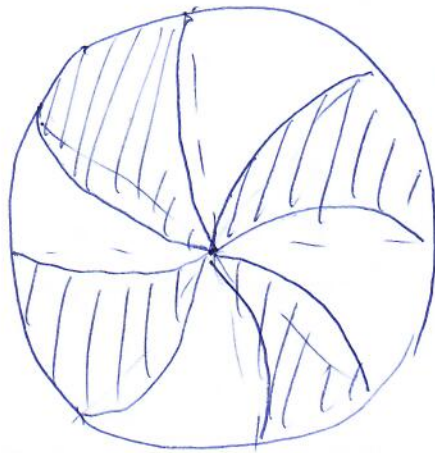
нужны две фокусировки



радиально-септорный эффект фокусировки



классический эффект Томаса



септорный эффект фокусировки ("сохраняется с магнетом")

$$k(z, \theta) = k_0 / (1 + A \cos k\theta + C z^2)$$

A, C - константы, есть вариация по углу θ

в общем случае:

$$k(z, \theta) = k_0(z) [1 + \sum U(z, \theta)]$$

число периодов

удлине волны или

например

$$k(z, \theta) = k_0(z) \left[1 + \sum \sin \left(N\theta - \frac{z}{d} \right) \right]; \quad \text{где } d - \text{миллиметровый шаг, один элемент периодической структуры}$$

$$k = \langle k \rangle (1 - f \sin \theta) (*) \quad f < 1 - \text{амплитуда вариации}$$

$$k_h = \langle k \rangle (1 + f)$$

$$k_b = \langle k \rangle (1 - f)$$

} \Rightarrow

если мы введем функцию вариации м.п.

$$F = \frac{\langle k^2 \rangle - \langle k \rangle^2}{\langle k \rangle^2} \quad \text{то } U (*) \text{ (по формуле)}$$

тогда

$$k^2 = \langle k \rangle^2 (1 - 2f \sin \theta + f^2 \sin^2 \theta) = \langle k \rangle^2 (1 + \frac{1}{2} f^2)$$

$$F = \frac{\langle k \rangle^2 + \langle k \rangle^2 \frac{1}{2} f^2 - \langle k \rangle^2}{\langle k \rangle^2} = f^2/2$$

$$k_h = \langle k \rangle (1 + f)$$

$$B_h = \langle B \rangle (1 + (2F)^{1/2})$$

$$B_w = \langle B \rangle (1 - (2F)^{1/2})$$

$$F = \frac{(B_h - \langle B \rangle)^2}{2 \langle B \rangle^2} ; \quad F = \frac{(\langle B \rangle - B_w)^2}{2 \langle B \rangle^2}$$

$$u \quad F = \frac{(B_h - B_w)^2}{8 B^2}$$

Описание системы
подставим (!) в уравнение движения, тогда

$$\ddot{x} + \left[1 - u - a + \frac{2k}{d} \cos v(k, \theta) \right] x = 0$$

$$\ddot{z} + \left[1 + a - \frac{2k}{d} \cos v(k, \theta) \right] z = 0$$

$$a = \frac{2^2 k^2}{2d^2 (N^2 - (1-u))} ; \quad v(k, \theta) = N\theta - \frac{k}{d} ; \quad R$$

считаем, что $\frac{2k}{N^2 d} \ll 1$ и $u \ll N^2$

$$R = \frac{e}{c} k_0(k) R - \text{коэф. термич. индукции}$$

$$\ddot{x} + (1-u)\omega^2 x = 0$$

$$\ddot{z} + \left(\left(u + \frac{x^2}{2} \right) + \frac{2^2 k^2}{N^2 d^2} \right) \omega^2 z = u + \frac{2^2}{2} + 2^2 \epsilon y^2 \delta \quad \leftarrow \text{учитываем}$$

$$\omega_x^2 = 1 - u ;$$

$$\omega_z^2 = u^2 + \frac{2^2}{2} + 2^2 \epsilon y^2 \delta ;$$

с учетом $u = 1 - \left(\frac{w}{w_0} \right)^2$

$$\omega_x \approx \frac{w}{w_0}$$

в центре!

$$\omega_x \approx 1 \quad \omega_z \approx 0 \quad \text{и растут}$$

Первый резонанс

$$\omega_z \approx 0.5 \quad \omega_x \approx 1.5 \quad \Rightarrow \quad \omega_{\max} \approx \frac{w_0}{2}$$

в некоторых машинах удаётся провесом
через резонансы

Особенности:

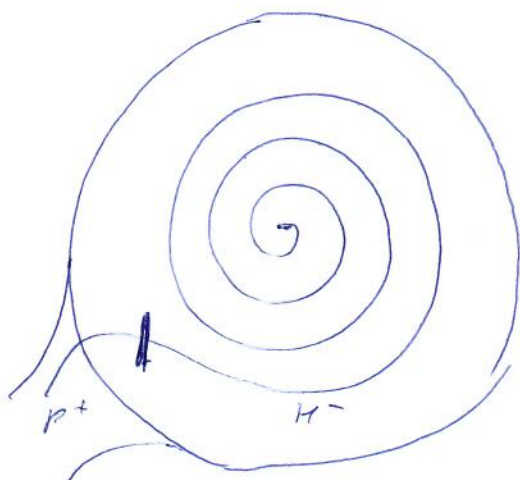
ввод иона



- спиральный
инжектор

на больших энергиях становится орбитой.

возможность регулировки энергии с использованием
пересредки:



$\otimes \vec{B}$

IBA, AC5I, Siemens, Toshiba, GE (Scanditronics), Shimadzu, KIKAMIS
ОУЯИ, ИИИ ЭОРА

Уникальные машины
TRIUMF (590 МэВ)



SINQ (PS I), уиив. анда а-а
480 мэВ 200 мВ
COMET (PS I)
создающими орбитами

