Лекция 7. Элементы физики плазмы.

Плазма- это квазинейтральный **ионизованный газ**, состоящий из ионов с зарядностями Z_i, электронов и нейтральных частиц, который проявляет коллективные свойства, удовлетворяющие трем критериям, которые будут сформулированы ниже. Индекс i означает сорт иона.

Квазинейтральность ионизованного газа означает его электрическую нейтральность в среднем для достаточно больших пространственных объемов и промежутков времени. Оценки этих пространственно- временных масштабов будут даны ниже в процессе рассмотрения локального разделения зарядов в ионизованных газах. Условие квазинейтральности записывается в виде:

$$\sum_i < n_i > Z_i = < n >, \tag{4-1}$$

где $<n_i>$- средняя концентрация ионов i-го сорта, $<n>$- средняя концентрация электронов. Средние концентрации ионов и электронов можно приравнять к соответствующим концентрациям в невозмущенном ионизованном газе.

Для небольших участков пространства и отрезков времени условие (4-1) может не выполняться из-за флюктуаций или при внесении в ионизованный газ локальных возмущений. В результате происходит **локальное разделение зарядов в пространстве и во времени**. Предположим, что в некотором плоском слое ионизованного газа толщиной x и площадью S все электроны сместились к границе слоя. При этом оголяется заряд ионов

$$Q = enxS.$$

В результате в такой системе зарядов на смещенные электроны будет действовать электрическое поле, которое можно определить по теореме Гаусса

$$E(x) = \frac{en}{\varepsilon_0} x\,. \tag{4-2}$$

Здесь ε_0- электрическая постоянная. Это поле сообщает каждому электрону ускорение

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{eE}{m} = -\frac{e^2 n}{m\varepsilon_0} x.$$

Полученное уравнение описывает гармонические колебания, которые в литературе называют электростатическими или плазменными. Частота этих колебаний определяется выражением:

$$\omega_e = e\sqrt{\frac{n}{m\varepsilon_0}} \approx 56.5\sqrt{n} \qquad (4\text{-}3)$$

и называется **плазменной частотой** или **частотой колебаний Ленгмюра**.

Таким образом, установлено, что локальное возмущение плотности заряда в ионизованном газе может приводить к электростатическим колебаниям. При этом период колебаний Ленгмюра определяет **временной масштаб разделения зарядов** в ионизованном газе:

$$\tau_p \sim \omega_e^{-1}. \qquad (4\text{-}4)$$

Разделение зарядов может быть существенным только за времена много меньшие этого масштаба. В среднем же, за много периодов колебаний ионизованный газ ведет себя, как квазинейтральная среда. В некоторых литературных источниках вместо термина «временной масштаб разделения зарядов» используют термин **«время релаксации».**

Пространственный масштаб разделения зарядов можно рассмотреть с энергетической точки зрения. При разделении зарядов на характерное расстояние d потенциальная энергия, приобретаемая электроном в электрическом поле вида (2.2), возникающем в возмущенном участке ионизованного газа в направлении x, будет определяться следующим выражением:

$$U = \int_0^d dx E(x) = \frac{e^2 n d^2}{2\varepsilon_0}.$$

Эта энергия должна быть одного порядка с энергией теплового движения $\frac{e\theta}{2}$, приходящейся на одну поступательную степень свободы, где θ-температура ионизованного газа по электрофизической шкале. Приравнивая эти два выражения, получаем оценку пространственного масштаба разделения зарядов в ионизованном газе:

$$d_p = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \theta}{en}}\,.$$

Эту характеристику называют также **поляризационной длиной-** максимальной длиной, на которой из- за теплового движения самопроизвольно в ионизованном газе может возникать разность потенциалов.

Эта формула другим независимым путем приводит нас к оценке временного масштаба разделения зарядов, если рассматривать его как отношение *d* к средней скорости теплового движения $< v >= \sqrt{\frac{e\theta}{m}}$:

$$\tau_p \sim \frac{d}{< v >} = \frac{1}{e}\sqrt{\frac{\varepsilon_0 m}{n}} = \omega_e^{-1}.$$

На количественном уровне пространственный масштаб разделения зарядов можно ввести, рассматривая проникновения электростатического поля в плазму.

Пусть в плоскости x=0 расположена абсолютно прозрачная сетка, находящаяся под потенциалом φ_0 . Требуется найти распределение потенциала $\varphi(x)$. Оно подчиняется самосогласованному уравнению Пуассона:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{e}{\varepsilon_0}\left(\sum_i n_i Z_i - n\right). \qquad (4\text{-}5)$$

Концентрации ионов и электронов подчиняются распределению Больцмана

$$n_i =< n_i > \exp\left(-\frac{Z_i\varphi}{\theta}\right),\; n =< n > \exp\left(\frac{\varphi}{\theta}\right).$$

Приближенное решение самосогласованного уравнения Пуассона можно получить, полагая φ«θ, раскладывая правую часть уравнения в ряд Тейлора и ограничиваясь линейным членом разложения. После такой линеаризации уравнение Пуассона, с учетом условия квазинейтральности, приобретает следующий вид:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{e}{\varepsilon_0\theta}\left(\sum_i < n_i > Z_i^2 + < n >\right).$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$\varphi(x)=\varphi_0 \exp(-\frac{x}{l_D}),$$

где

$$l_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0\theta}{e(\sum\limits_{\mathrm{i}}<n_{\mathrm{i}}>Z_i{}^2+<n>)}} = 7.4\cdot 10^3\sqrt{\frac{\theta}{\sum\limits_{\mathrm{i}}<n_{\mathrm{i}}>Z_i{}^2+<n>}}\,\text{м}. \qquad (4\text{-}6)$$

Этот параметр называется **длиной экранирования Дебая**.

Для случая однокомпонентной по ионному составу плазмы (Z=1) формула (4-6) упрощается и принимает следующий вид:

$$l_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0\theta}{2e<n>}}.$$

Часто при расчетах используется модель ионизованного газа, предполагающая неподвижность ионов за счет выполнения условия M_i»m где M_i – масса иона. Тогда в уравнении (4-5) можно положить $n_i =< n_{i.} >$. При этом выражение для длины Дебая при любом ионизационном составе будет иметь вид:

$$l_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0\theta}{e<n>}}. \qquad (4\text{-}7)$$

Легко видеть, что длина Дебая совпадает с величиной пространственного масштаба разделения зарядов d в ионизованном газе.

Выше было сказано, что плазма отличается от ионизированного газа наличием определенных коллективных свойств. Эти свойства определяют пространственно- временной характер разделения зарядов.

При локальном пространственном разделении зарядов в основном объеме, занимаемым образованием из ионизованного газа не должны возникать поля, связанные с этим разделением. Из этого следует **первый плазменный критерий**, определяемый условием:

$$l_D \ll L,$$

где L- характерный размер плазменного образования.

Разделение зарядов во времени должно сопровождаться возникновением колебаний Ленгмюра. Если частота столкновений электрона в ионизованном газе больше или порядка частоты величины ω_p, то его траектория не может носить колебательный характер. Из этого следует **второй плазменный критерий**.

Внутри «дебаевской сферы» с радиусом l_D находится

$$N_D = \langle n \rangle \frac{4}{3}\pi l_D^{\,3} \qquad (4\text{-}8)$$

электронов. При анализе дебаевского экранирования использовался аппарат статистической физике, для корректного применение которого требуется выполнение условия:

$$N_D » 1, \qquad (4\text{-}9)$$

которое должно дополнять первые два критерия и является т**ретьим плазменным критерием**.

Неравенство (4-9) может быть также получено из условия $w_Э « w_T$, где

$$w_Э \sim \frac{e^2 \langle n \rangle}{\varepsilon_0 l_D}, \; w_T \sim \langle n \rangle e\theta = \frac{e^2 \langle n \rangle^2 l_D^{\,2}}{\varepsilon_0}$$

- соответственно плотности электростатической и тепловой энергии идеального ионизованного газа. Из этого условия, с учетом (4.7) следует, что

$$N_D \sim \langle n \rangle l_D^{\,3} » 1.$$

Поведение плазмы в значительной степени определяются наличием и характером протекания различных **элементарных процессов**.

Рассмотрим столкновение двух частиц в плазме. Его можно охарактеризовать микросечением перехода из начального состояния системы из этих частиц (до акта столкновения) в конечное (после акта столкновения). Под микросечением σ_a столкновения типа «а» понимается площадь определенного круга, в центре которого располагается частица- мишень, попадание в который приводит к акту данного столкновения. Связь сечения со средней длиной пробега λ_a между двумя идентичными двухчастичными столкновениями будет задаваться следующим соотношением:

$$\lambda_a = (<\sigma_a> n_м)^{-1},$$

а среднее время такого столкновения

$$<\tau_a> = (<u\sigma_a> n_м)^{-1}, \quad (4\text{-}10)$$

в которых $n_м$ - концентрация микрочастиц, рассматриваемых в качестве мишеней, u- относительная скорость частиц участвующих в столкновении. Усреднение в этих формулах ведется по распределению Максвелла, если плазма считается идеальной.

При изучении принципов работы различных ФУ представляют интерес следующие **классы столкновений**:

1.Ионизация атома или молекулы электронным ударом:

$$e+A \rightarrow 2e+A^+,\ \ e+AB \rightarrow 2e+(AB)^+,\ \ e+A^{+n} \rightarrow 2e+A^{+(n+1)}.$$

2.Ионизация с участием возбужденного атома:

$$A^*+B \rightarrow A+B^++e;\ \ A^*+B \rightarrow AB^++e.$$

3.Фотоионизация: $A+h\nu \rightarrow A^++e.$

4.Возбуждение атомных и молекулярных уровней электронным ударом:

$$A+e \rightarrow A^*+e,\ \ AB+e \rightarrow (AB)^*+e.$$

5.Захват электрона атомом или молекулой:

$$A+e \rightarrow A^-+h\nu,\ \ AB+e \rightarrow A^-+B.$$

6.Перезарядка: $A+B^+ \rightarrow A^++B.$

7.Резонансная перезарядка: $A+A^+ \rightarrow A^++A.$

Для этого класса столкновений характерны большие сечения и он имеет важное значение для объяснения ряда процессов в плазменных ФУ.

8.Тройная электрон-ионная рекомбинация:

$$A^++2e \rightarrow A+e,\ A^{+(n+1)}+2e \rightarrow 2e+ A^{+n}$$

- процессы обратные ионизации электронным ударом.

9.Диссоциативная рекомбинация:

$$e+AB^+ \rightarrow A^*+B$$

- процесс обратный ионизации с участием возбужденного атома и образованием молекулярного иона

10.Фоторекомбинация: $A^+ + e \rightarrow A + h\nu$

- процесс обратный фотоионизации.

11. Рекомбинация на стенках рабочего объема оказывает влияние на процессы в рабочем объеме ФУ при низких давлениях ($<10\text{Па}$). Ее скорость определяется формулой:

$$\nu_{pc} = rJ_i S\,,$$

где *S*- площадь поверхности, на которой происходит рекомбинация, *r*- коэффициент поверхностной рекомбинации, представляющий собой долю прорекомбинировавших ионов из их числа, падающих на стенку. Этот коэффициент определяется материалом стенки и ее температурой и для материалов, используемых в плазменных ФУ, может меняться в пределах (10^{-3} - $2.5\cdot10^{-1}$).

12.Кулоновские электрон- ионные столкновения представляют собой упругие процессы вида:

$$A^+ + e \rightarrow A^+ + e,\ \ e + A^+ \rightarrow e + A^+$$

Рассмотрим этот тип столкновений более подробно, используя лабораторную систему отсчета, в которой ион является неподвижной мишенью. Среднее изменение импульса электрона после одного столкновения можно оценить следующим образом, используя теорему импульсов:

$$<|\Delta\mathbf{p}|> \approx \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 b^2}\tau_{\text{вз}},$$

где b – **прицельный параметр** столкновения, определяемый длиной перпендикуляра, опущенного на прямую линию, являющуюся продолжением вектора начальной скорости электрона,

$$\tau_{\text{вз}} \sim \frac{b}{<u>}$$

- эффективное время взаимодействия.

Среднее изменение импульса электрона можно оценить следующим образом: $<|\Delta\mathbf{p}|> \approx m<u>$.

С использованием этих выражений оценка микросечения кулоновского электрон- ионного столкновения в плазме:

$$\sigma(u) \approx \pi b(u)^2 \sim \frac{e^4 Z^2}{16\pi\varepsilon_0{}^2 m^2 < u >^4} = \pi r_e{}^2 \frac{Z^2 c^4}{< u >^4}, \tag{4-11}$$

где
$$r_e = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 mc^2}$$

- классический радиус электрона.

Среднее время между двумя кулоновскими столкновениями, которые испытывает один электрон в однокомпонентной плазме можно оценить, используя формулу (4-10):

$$\tau_e \approx \frac{< u >^3}{\pi r_e{}^2 c^4 Zn} = \frac{(e\theta)^{3/2}}{\pi r_e{}^2 m^{3/2} c^4 Zn}. \tag{4-12}$$

Формулы (4-11) и (4-12) были получены на качественном уровне из модельных представлений, которые недостаточно корректно учитывали вклад в микросечение рассеяний электронов на малые углы. Более точные расчеты показали необходимость ввести соответственно в числитель и знаменатель формул (4-11), (4-12) дополнительный множитель

$$\ln(\frac{l_D}{r_e}\frac{mc^2}{e\theta}),$$

который называют **кулоновским логарифмом**.

На основании принципа детального равновесия можно утверждать, что каждому прямому процессу отвечает обратный процесс. При этом в состоянии термодинамического равновесия плазмы скорости прямого и обратного процесса равны. В частности скорость ионизации атома электронным ударом: $k_1 n_a n_e$ равна скорости тройной электронной рекомбинации: $k_2 n_i n_e^2$.

С учетом этого обстоятельства получаем, что

$$\frac{n_i n_e}{n_a} = \frac{k_1}{k_2} = K .$$

Параметры $\kappa_{1,2}$, а с ними и K зависят только от средней скорости или температуры. Эта зависимость выражается следующей формулой (М.Саха, 1920г.):

$$\frac{n_i n_e}{n_a} = K(\theta) = A\theta^{3/2} \exp(-\frac{U_i}{\theta}),$$

здесь U_i- потенциал ионизации атома, A- константа определяемая типом атома. **Формула Саха** определяет степень ионизации плазмы в зависимости от ее температуры.

Рассмотрим единичный объем плазмы, в котором может протекать электрический ток с распределенным вектором плотности тока **j** поскольку плазма содержит свободные носители зарядов и является проводящей средой. На него будет действовать **пондеромоторная сила**, создаваемая магнитным полем с вектором индукции **B**:

$$\mathbf{f} = \sum_i Z_i e n_i [\mathbf{v_i}, \mathbf{B}] - en[\mathbf{v_e}, \mathbf{B}]) = [(\mathbf{j_i} + \mathbf{j_e}), \mathbf{B}] = [\mathbf{j}, \mathbf{B}].$$

Здесь $\mathbf{v}_{\mathbf{i,e}}$, $\mathbf{j}_{\mathbf{i,e}}$– скорости ионов и электронов, а также их плотности токов соответственно. Кроме того на рассматриваемый объем плазмы будет действовать также градиент термодинамического давления $-\nabla p$.

Таким образом, динамика поведения единичного объема плазмы будет описываться следующим уравнением, вытекающим из 2- го закона Ньютона:

$$\frac{d(\rho\mathbf{v})}{dt} = [\mathbf{j}, \mathbf{B}] - \nabla p. \qquad (4\text{-}13)$$

Здесь $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)$ - субстанциональная производная по времени,

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \sum_i M_i n_i(\mathbf{r}, t) + mn(\mathbf{r}, t)$$

-плотность плазмы, M_i- масса иона i- го сорта,

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = \frac{\sum_i M_i n_i(\mathbf{r}, t)\mathbf{v_i}(\mathbf{r}, t) + mn(\mathbf{r}, t)\mathbf{v_e}(\mathbf{r}, t)}{\rho(\mathbf{r}, \mathrm{t})}$$

- поле скоростей в плазме.

Уравнение (4-13) называется **магнитогидродинамическим уравнением Эйлера.**

Исключим из него плотность тока, используя квазистационарное уравнение Максвелла:

$$rot\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j},$$

где μ_0- магнитная постоянная. В результате приходим к следующему уравнению:

$$\frac{d(\rho\mathbf{v})}{dt} = -\frac{1}{\mu_0}\rho[\mathbf{B},[\nabla\mathbf{B}]] - \nabla p = \frac{1}{\mu_0}(\mathbf{B},\nabla\mathbf{B}) - \nabla(p + \frac{B^2}{2\mu_0}).$$

Рассмотрим практически важный случай, когда магнитное поле меняется только поперек своего направления и первый член в правой части полученного уравнения обращается в ноль, а само уравнение приобретает вид:

$$\frac{d(\rho\mathbf{v}_\perp)}{dt} = -\nabla(p + \frac{B^2}{2\mu_0}). \qquad (4\text{-}14)$$

Таким образом, движение плазмы поперек магнитного поля происходит так, как если бы на нее кроме термодинамического, действовало еще давление со стороны магнитного поля (**магнитное давление**)

$$\text{-}\ p_{\text{м}} = \frac{B^2}{2\mu_0}.$$

Для анализа процессов в плазме большое значение имеет ее проводимость σ, определяемая, в основном, наиболее подвижным электронным компонентом. Динамика коллектива электронов, содержащегося в единичном объеме плазменного образования, подчиняется следующему дифференциальному уравнению, вытекающего из второго закона Ньютона:

$$m\frac{d(n\mathbf{v_e})}{dt} = -en(\mathbf{E} + [\mathbf{v},\mathbf{B}]) - en[\mathbf{v_e},\mathbf{B}] - \frac{mn\mathbf{v_e}}{\tau_e} - \nabla p_e. \qquad (4\text{-}15)$$

Предполагая, что массовая скорость **v** мала по величине по сравнению с электронной скоростью $\mathbf{v_e}$, а градиент давления мал по сравнению с членами, содержащими характеристики электромагнитных полей, имеем приближенное уравнение:

$$m\frac{d(n\mathbf{v_e})}{dt} \approx -en\mathbf{E} - en[\mathbf{v_e},\mathbf{B}] - \frac{mn\mathbf{v_e}}{\tau_e}.$$

Рассмотрим случай протекания в плазме квазистационарного тока. Тогда левую часть рассматриваемого уравнения можно положить равной нулю. Полагая, что основным переносчиком тока в плазме являются электроны, сделаем в нем замену

$$n\mathbf{v_e} \approx -\frac{\mathbf{j}}{e}.$$

В результате имеем:

$$\sigma_0 \mathbf{E} = \frac{e\tau_e[\mathbf{j},\mathbf{B}]}{m} + \mathbf{j}, \tag{4-16}$$

где

$$\sigma_0 = \frac{e^2 n\tau_e}{m} = \frac{16\pi\varepsilon_0{}^2}{\sqrt{em}} \frac{\theta^{3/2}}{Z} \ln\Lambda \tag{4-17}$$

- проводимость плазмы в отсутствии магнитного поля (Л. Спитцер, 1953).

В случае отсутствия магнитного поля (**B**=0) это уравнение приобретает вид известного закона Ома в дифференциальной форме:

$$\mathbf{j} = \sigma_0 \mathbf{E},$$

Используя связь плотности тока с электронной скоростью

к следующему важному соотношению:

$$\mathbf{v_e} = -\frac{e\tau_e}{m}\mathbf{E} = \mu_e \mathbf{E}.$$

Параметр μ_e называется электронной подвижностью. По аналогии можно ввести параметр ионной подвижности μ_i, который в отличие от μ_e является положительной величиной.

Влияние магнитного поля на протекание тока в плазме определяется формулой (4-16). Рассмотрим случай постоянного магнитного поля с вектором индукции направленном вдоль оси z и введем цилиндрическую систему координат с ортами $\mathbf{e_r}$, $\mathbf{e_\varphi}$, $\mathbf{e_z}$. В этой системе координат векторы из уравнения (4-15) могут быть представлены следующим образом:

$$\mathbf{E} = \mathbf{e_r}E_r + \mathbf{e}_\varphi E_\varphi + \mathbf{e_z}E_z, \mathbf{B} = \mathbf{e_z}B, \mathbf{j} = \mathbf{e_r}j_r + \mathbf{e}_\varphi j_\varphi + \mathbf{e_z}j_z.$$

Подстановка этих разложений в уравнение (4-16) с учетом (4-17) приводит к следующей системе алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} j_r + \omega_L \tau_e j_\varphi = \sigma_0 E_r, \\ j_\varphi - \omega_L \tau_e j_r = \sigma_0 E_\varphi, \\ j_z = \sigma_0 E_z, \end{cases}$$

где $\omega_L = \dfrac{eB}{m}$ – частота Лармора. Из этой системы уравнений следует, что на проводимость плазмы вдоль магнитного поля последнее не оказывает влияния. Для поперечных составляющих плотности ток имеют место следующие формулы:

$$j_r = \sigma_0 \frac{E_r - \Omega E_\varphi}{1+\Omega^2}, \quad j_\varphi = \sigma_0 \frac{\Omega E_r + E_\varphi}{1+\Omega^2}, \tag{4-18}$$

где $\Omega = \omega_L \tau_e$ - параметр Холла.

Полученные уравнения говорят о том, что магнитное поле создает эффект анизотропной проводимости и при больших значениях параметра Холла (**замагниченная плазма**) проводимость плазмы вдоль магнитного поля существенно превышает ее поперечную проводимость.

Из формул (4-18) следует, что даже при отсутствии азимутального электрического поля, его радиальная составляющая будет вызывать, азимутальный ток. И наоборот при отсутствии радиального электрического поля, его азимутальная составляющая будет вызывать радиальный ток (**эффект Холла**).

Если внешние электромагнитные поля равны нулю, а массовая скорость также мала по сравнению с электронной скоростью то уравнение (4-15) превращается в диффузионное **уравнение Фика** для плотности потока электронов:

$$\mathbf{J} = -\frac{\tau_e}{m} \nabla p_e = -D_e \nabla n,$$

где
$$D_e = \frac{e\theta}{m} \tau_e = |\mu_e| \theta$$

- коэффициент электронной диффузии. Действуя на уравнение Фика оператором дивергенции и учитывая уравнение непрерывности для плотности потока электронов приходим к уравнению электронной диффузии:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D_e \Delta n .$$

Аналогичные уравнения можно получить и для диффузии ионного компонента. Следует заметить, что диффузия электронов и ионов не может происходить независимо, т.к. при этом в плазме происходило бы разделение зарядов и возникали электрические поля. На самом деле процессы диффузии ионов и электронов носят взаимосвязанный характер. В условиях равновесия, при равенстве электронной и ионной температур суммарная плотность электрического тока, переносимого ионами и электронами, должна равняться нулю. Это происходит за счет возникновения в плазме электрического поля с напряженностью:

$$\mathbf{E} = \frac{D_i - D_e}{D_i + D_e} \frac{\theta}{n} \nabla n ,$$

где D_i- коэффициент диффузии ионов. Для простоты эта формула записана для случая плазмы, содержащей однозарядные ионы одинакового сорта.

С учетом этого выражения можно получить выражение для диффузионного тока:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J_i} = -\mathbf{J_e} = -|\mu_e| n\mathbf{E} + D_e \nabla n = -\frac{D_e}{\theta} n\mathbf{E} + D_e \nabla n = -\frac{2D_i D_e}{D_i + D_e} \nabla n = -D_a \nabla n ,$$

где параметр D_a называется коэффициентом **амбиполярной диффузии**.

Если в плазме присутствует внешнее магнитное поле, то диффузия по аналогии с проводимостью будет носить анизотропный характер. Рассмотрим простейший случай отсутствия электрического поля в сопутствующей системе отсчета, когда **E+[v,B]**=0. Тогда из уравнения (4-15), пренебрегая инерционным членом в левой части, получаем обобщенное уравнение Фика:

$$\mathbf{J} + \Omega[\mathbf{J}, \mathbf{B}] = -D \nabla n .$$

Расписывая это уравнение в цилиндрических координатах, для случая $\mathbf{B} = \mathbf{e_z} B$, и решая полученную систему линейных уравнений относительно производных от плотности частиц: $\frac{\partial n}{\partial r}, \frac{1}{r}\frac{\partial n}{\partial \varphi}, \frac{\partial n}{\partial z}$, имеем

$$J_r = -D\frac{\frac{\partial n}{\partial r} - \Omega\frac{1}{r}\frac{\partial n}{\partial \varphi}}{1+\Omega^2},\; J_\varphi = -D\frac{\Omega\frac{\partial n}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial n}{\partial \varphi}}{1+\Omega^2},\; J_\varphi = -D\frac{\partial n}{\partial z}.$$

Из полученных уравнений видно, что магнитное поле препятствует диффузионному процессу в направлении перпендикулярном вектору индукции, также как и для случая прохождения электрического тока в плазме.

Проводимость существенным образом влияет на процесс проникновения внешнего магнитного поля в плазму. Для простоты рассмотрим случай, когда параметр Холла мал. Тогда для квазистационарного электромагнитного поля в **системе координат**, связанной с движущейся плазмой, будет иметь место следующее соотношение

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\sigma_0\mu_0} rot\mathbf{B}\,\mathbf{.}$$

Применяя к правой и левой частям этого равенства операцию *rot* и используя уравнения Максвелла:

$$\mathrm{rot}\mathbf{E}=-\partial\mathbf{B}/\partial\mathrm{t},\;\; div\mathbf{B} = 0\,,$$

имеем:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\frac{1}{\sigma_0\mu_0} rotrot\mathbf{B} = \frac{1}{\sigma_0\mu_0}\Delta\mathbf{B}\,.$$

Полученное уравнение им вид с уравнения диффузии. Роль коэффициента диффузии приобретает величина

$$\mathrm{D}_{м}=(\sigma_0\mu_0)^{-1}.$$

Характерная глубина проникновения магнитного поля в плазму за время *t* будет, по аналогии с классической диффузионной длиной, определяется соотношением:

$$L \sim \sqrt{D_м t} = \sqrt{\frac{t}{\sigma_0\mu_0}}\,.$$